МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА
Казахстанский филиал МГУ им. М. В. Ломоносова

ЕВРАЗИЙСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени. Л. Н. ГУМИЛЕВА

Международная научная
конференция студентов, аспирантов
и молодых ученых

ЛОМОНОСОВ - 2007

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

I часть

Астана, 2007

Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых

«ЛОМОНОСОВ - 2007»

6 -7 апреля 2007

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

I часть

Астана, 2007

ББК 72
М 43

Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов – 2007»: Тезисы докладов международной научной конференции: - Астана: Казахстанский филиал МГУ им. М.В. Ломоносова; 2007, – 306 стр. **ISBN 9965-9592-8-5**

Организационный комитет

Сидорович А.В. (председатель), Калашникова Н.П. (заместитель председателя), Бактыбеков К.С. (заместитель председателя), Нурсултанов Е.Д. (заместитель председателя), Нетесов В.В. (ответственный секретарь)

В сборнике тезисов международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых рассматриваются актуальные вопросы развития математики и информатики, экономики, языкознания и литературоведения, экологии и природопользования и молодежного сотрудничества.
Сборник представляет интерес для научных работников, преподавателей, аспирантов, магистрантов и студентов вузов.

ISBN 9965-9592-8-5

В подготовке сборника к печати принимали участие:
Агубаева Б.Т., Власова Г.И., Зубенко В.А., Кульманов К.С., Маштаева Ш.И., Мухамбетжанов А.Б., Оспанов Н.Т., Тулегенова С.Т., Туякбаева Р.Р.

Тексты тезисов печатаются в авторской редакции

М $\frac{1404000000}{00(05) - 06}$

Участникам конференции «Ломоносов – 2007»

Традиционная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных в Московском университете «Ломоносов» стала представительным международным научным форумом молодежи. Проведение Конференции «Ломоносов-2007» в Казахстанском филиале Московского университета свидетельствует об уважении к традициям МГУ, его истории, научным связям.

Студенты, аспиранты и молодые ученые Филиала совместно со своими коллегами из Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева, других университетов Казахстана в дни конференции имеют замечательную возможность проявить свой талант, способности исследователей.

Конференция служит укреплению дружбы наших народов, создает основы для совместных исследований молодежи и ученых, их отличной учебы. Это особенно важно сегодня, когда наши страны вступают в новый этап развития, стремятся к углублению всесторонних отношений. Московский университет всегда будет содействовать этому сотрудничеству.

Желаю участникам конференции больших достижений в учебе и научных исследованиях.

Ректор МГУ
им. М.В. Ломоносова,
академик В. Садовничий **В.А. Садовничий**

Дорогие участники международной конференции «Ломоносов-2007»!
Уважаемые коллеги, студенты, магистранты и аспиранты!

Прежде всего хочу поприветствовать всех участников конференции, поздравить с новой встречей на новом этапе развития цивилизаций! В условиях глобализации и обостренной конкуренции ни одно общество не способно обойтись без постоянного притока на ключевые позиции талантливых, высокообразованных людей, способных решать новые инновационные задачи.

Казахстанский филиал МГУ – это настоящий евразийский феномен. Вот уже пятый год Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева и Казахстанский филиал МГУ, созданные по инициативе Президента Республики Казахстан Н.А.Назарбаева, бок о бок идут в одном направлении. Нас волнует одно, как воспитать молодое крепкое поколение, которое новый Казахстан представит новому миру.

Образование «становится ключевым фактором развития» нашей страны. Свидетельством тому является резкое увеличение финансирования науки, инноваций и образования в последние годы.

Университеты должны соответствовать требованиям нового века, стать вузами нового поколения, интеллектуальными научными, образовательными и культурными центрами и быть готовыми к жесткой конкуренции. Стремление готовить конкурентоспособных специалистов, соответствующих международному стандарту, обязывает университеты впитывать положительный опыт ведущих систем образования.

Пути становления университетов могут быть различными: совместная подготовка магистров и докторов PhD с ведущими учеными зарубежных вузов, проведение совместных научных исследований, предоставление длительных стажировок нашим преподавателям во всемирноизвестных университетах, приглашение маститых профессоров, активное проведение международных научно-теоретических конференций, развитие современных телекоммуникационных технологий, совместный выпуск научных журналов многие другие.

Ученые наших университетов принимают участие в ряде международных проектов, становятся обладателями зарубежных грантов правительств, Европейской комиссии и ряда компаний. Имея сильные научные школы в области математики, информационных технологий, физики, химии, прикладной математики, экономики, наши университеты тесно сотрудничают с зарубежными партнерами. Так, на базе Евразийского национального университета ученые всего мира по линии ООН намерены провести научный семинар с приглашением лауреатов Нобелевской премии разных годов. Многие нобелевские лауреаты уже изъявили желание приехать в Астану, в ЕНУ. Это говорит о новых полезных контактах, о больших перспективах, о росте международного авторитета наших вузов и Казахстана.

«Образованные, грамотные люди – это основная движущая сила развития человечества в 21-м веке»,- отметил Президент РК Н.А.Назарбаев в лекции «К экономике знаний – через инновации и образование», прочитанной в нашем университете 26 мая 2006 года. И вы, сегодняшние студенты, магистранты, аспиранты, которые завтра будут учеными и менеджерами отечественных и международных компаний, должны это очень хорошо понимать.

Следуя этому принципу, с надеждой на возможность многостороннего сотрудничества между цивилизациями, я желаю участникам конференции «Ломоносов-2007» внести свой вклад в развитие науки и «совершить прорыв поистине исторического масштаба»!

С.А. Абдыманапов, ректор Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева, доктор педагогических наук, профессор математики, председатель Совета ректоров вузов РК

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ

УДК 517.929

О пространстве решений одного дифференциального уравнения с отклоняющимся аргументом

Агабекова Г.О., Шалданбаев А.Ш.
Южно-Казахстанский государственный университет им.М.О. Ауезова
rkzh@mail.ru

1.Пусть Г замкнутое или разомкнутое кривая, в комплексной плоскости или на плоскости действительных переменных x ,y.

Гомеоморфизм $S^2(t) = S[S(t)] = t, t \in \Gamma$
(1.1)
носит название каримановского сдвига [1].

Обыкновенные дифференциальные уравнения, в которых по ряду с искомой функцией $y(t), t \in \Gamma \subset R$ присутствует $y(S(t))$ получим название уравнении с отклоняющимся аргументом. Уравнение, содержащее сдвиг Карлемана, является некоторым модельным уравнением со знакопеременными отклонением (при $t < t^*$ уравнение с опережающим, а при $t > t^*$ - с запаздывающим аргументом, где t^* - неподвижная точка отображения $S(t)$). Подробнее с историей вопроса, а также библиографией можно ознакомиться в статье Андреева А.А. [2].

В работе [3] показано, что пространство решений уравнения

$$u'(t) + b_0(t)u(t) + b_1(t)u(t - k_1T) + b_2(t)u(t - k_2T) = 0$$
(1.2)

бесконечно мерно. Если только коэффициенты $b_1(t)$ и $b_2(t)$ не равны нулю тождественно. Положения может быть иным если отклонение является карлеманским.

2. Полученный результат.

Теорема 2.1. Если $q(x)$ - непрерывно дифференцуемая функция, то пространство решения уравнения

$$y'(x) + q(x)y(x) = \lambda y(1 - x), \quad x \in (0,1) \qquad (1.3)$$

Литература

1. Carleman T. Sur la theorie des equationsintegrals et ses applications // Verhandl. des. Internat. Mathem. Konqr. I (1932). Zurish/ 138-151/

2. Андреев А.А. О корректности краевых задач для некоторых уравнений в частных производных с карлеманским сдвигом //Диф. уравнения и их приложения. Тр. Междунар. им. Самара 1998

3. Беллман Р. Кук К. Дифференциально - разностные уравнения.- М.: Мир-1967.

УДК 517.5

Двусторонняя оценка погрешности квадратурных формул в пространстве быстро убывающих коэффициентов Фурье

Арынгазин А.М.
КФ МГУ имени М.В. Ломоносова
Aidar_aringazin@mail.ru

В работе [1] И.Ф. Шарыгин рассмотрел квадратурные формулы в классе функций с быстро убывающими тригонометрическими коэффициентами Фурье.

Пусть $A_2(h) = \{f : \hat{f}(|m_1|,|m_2|) \le e^{-h(|m_1|+|m_2|)}\}$

Теорема (см[1]). *Пусть h>0*

$$\delta_N(A_2(h)) = \inf_{\substack{\{c_k\}\\ \{t_k\}}} \sup_{f\in A_2(h)} \left| \int_{[0,1]^2} f(x_1,x_2)dx_1dx_2 - \sum_{k=1}^{N} c_k f(t_k) \right| \approx e^{-h\sqrt{2N}}.$$

Пусть h>0, β≤ 0. Рассмотрим класс функций $A_2(h,\beta)$ для которых

$$\hat{f}(|m_1|,|m_2|) \le (\overline{m}_1 \cdot \overline{m}_2)^{\beta} e^{-h(|m_1|+|m_2|)}.$$

Для этого класса функций найден порядок приближения наилучшей квадратурной формулы.

Теорема 1. *Пусть h>0, β≤0, тогда*

$$\delta_N(A_2(h,\beta)) = \inf_{\substack{\{c_k\}\\ \{t_k\}}} \sup_{f\in A_2(h,\beta)} \left| \int_{[0,1]^2} f(x_1,x_2)dx_1dx_2 - \sum_{k=1}^{N} c_k f(t_k) \right| \approx N^{\frac{\beta}{2}} e^{-h\sqrt{2N}}.$$

В случае β=0 из Теоремы 1 следует результат И.Ф. Шарыгина.

Литература

1. И.Ф. Шарыгин. Оценки снизу погрешности квадратурных формул на классах функций. // ЖВМ и МФ, 1963г., №3, С. 370-376.

Сходимость двойных рядов Фурье по регулярным системам

Айтмырза Р.К.
КФ МГУ имени М.В. Ломоносова

Дьяченко изучал сходимость (по Прингсхейму) тригонометрических рядов Фурье:

$$\sum_{m_1=1}^{\infty} \sum_{m_2=1}^{\infty} a_{m_1,m_2} e^{i(m_1x+m_2y)}$$

функции в пространстве Лебега $L_p[0,1]^2$,где $a_{m_1m_2}$ -монотонная последовательность относительно m_1,при фиксированном m_2 и наоборот.

В статье [1] изучали сходимость двойных тригонометрических рядов Фурье функции в пространстве со смешанной нормой также как эти ряды Фурье относительно системы Уолша Ф= $\{w_{m1}(x)w_{m2}(y)$: $m_1, m_2=0,1\ldots\}$.

Пусть $p=(p_1,p_2)$ и $1<p_1,p_2<\infty$,с нормой

$$\|f\|=(\int_0^1 (\int_0^1 |f(x,y)|^{p_1} dx)^{p_2/p_1} dy)^{1/p_2}$$

Пусть

$$(1) \quad \sum_{m_1=1}^{\infty} \sum_{m_2=1}^{\infty} a_{m_1m_2} w_{m_1}(x) w_{m_2}(y)$$ – ряд Фурье функции $f(x,y)\in L_p[0,1]^2$, удовлетворяющий следующим условиям:

(2) $a_{m_1m_2} \geq a_{n_1n_2}$, для $m_i \leq n_i$, i=1,2

Теорема2:

Ф={ w_m(x): m=1,2} - система Уолша

Пусть p= (p_1,p_2) – вектор, где $1<p_1,p_2<\infty$ и $1/p_1+1/p_2<1$. Если (1) ряд Фурье функции $f(x,y)\in L_p[0,1]^2$ и условие (2) выполнено, тогда ряд (3) сходится (по Прингсхейму) к $f(x,y)$ всюду на $(0,1)^2$.

Пусть $p=(p_1,p_2)$ и $q=(q_1,q_2)$ - векторы, такие что если $0<q_1,q_2<\infty$ если $q_i=\infty$ тогда $0<p \leq\infty$, i=1,2.

Мы рассмотрим пространство $L_{pq}[0,1]^2$ с нормой

$$\|f\|_{L_{pq(0,1)^2}} = \left(\int_0^1\left(\int_0^1\left(t_1^{1/p_1}t_2^{1/p_2}f^{*1*2}(t_1,t_2)\right)^{q_1}\frac{dt_1}{t_1}\right)^{q_2/q_1}\frac{dt_2}{t_2}\right)^{1/q_2},$$

где $f^{*1*2}(x,y)$ - невозрастающая перестановка функции $f(x,y)$, сначала относительно x, потом y.

Определение:

Пусть Ф={ $v_k(x)$: k=1,2…} ортонормированная система в $L_2[0,1]^2$.Мы говорим ,что Ф – регулярная, если $\exists$ константа B:

1) $\forall$ $e \subset[0,1]$ и $\forall$ $k \in$N, мы имеем

$$|\int_e v_k(x)dx| \leq B\min(|e|,1/k),$$

2) $\forall$ сегмента $w\subset$ N и $\forall$ $x\in[0,1]$, мы имеем

$$(\sum_{k\in w} v_k())^*(t) \leq B\min(|w|,1/t),\ t>0$$

где $(\sum_{k\in w} v_k())^*(t) \leq B\min(|w|,1/t)$ – невозрастающая перестановка функции $\sum_{k\in w} v_k(x)$.

Нами получена следующая теорема, обобщающая теорему 1:

(3) $$\sum_{m_1=1}^{\infty}\sum_{m_2=1}^{\infty} a_{m_1m_2} w_{m_1}(x) w_{m_2}(y)$$

Теорема2:

$\Phi=\{w_m(x)\colon m=1,2\}$ - регулярная система.

Пусть $p=(p_1,p_2)$, $q=(q_1,q_2)$ – вектор, где $1<p_1,p_2<\infty$, $1<q_1,q_2<\infty$ и $1/p_1+1/p_2<1$. Если (3) ряд Фурье функции $f(x,y)\in L_{pq}[0,1]^2$ и условие (2) выполнено, тогда ряд (3) сходится (по Прингсхейму) к $f(x,y)$ всюду на $(0,1)^2$.

Литература

[1] D.G.Djumabayeva and E.D.Nursultanov, On the convergence of double Fourier series of functions in $L_p[0,1]^2$, where $p=(p_1,p_2)$, *Analysis Math.,28(2002),89-101.*

[2] Д.И.Дьяченко, О сходимости двойных тригонометрических рядов Фурье и рядов Фурье с монотонными коэффициентами, *Матем. сб., 129(1986), 55-72.*

[3] F.Moricz, On the convergence in a restricted sense of multiple series, *Analysis Math.,5(1979),135-147.*

УДК 517.96

Достаточные условия неосцилляторности для полулинейного разностного уравнения второго порядка

Алимагамбетова А.З.

Актюбинский государственный университет им. К. Жубанова

Рассматривается полулинейное разностное уравнение второго порядка вида

$$\Delta\left(r_k\Phi(\Delta x_k)\right)+c_{k+1}\Phi(x_{k+1})=0, k=0,1,... \tag{1}$$

где $\Delta x_k=x_{k+1}-x_k, \Phi(x)=|x|^{p-2}x, p>1, r_k>0, k=0,1,2,...$

Говорят, что интервал $(m,m+1]$, $m\in N$ содержит обобщенный нуль решения $x=\{x_k\}_{k\geq 0}$ уравнения (1), если $x_m\neq 0$ и $r_m x_m x_{m+1}\leq 0$. Уравнение (1) называется осцилляторным, если оно имеет нетривиальное решение, имеющее бесконечное множество обобщенных нулей, в противном случае оно называется неосцилляторным. Уравнение (1) называется уравнением без сопряженных точек на дискретном интервале $[0,N]$, если его каждое решение имеет не более одного нуля на $(0,N+1]$, и его решение $\tilde{x}$ с начальными условиями $\tilde{x}_0=0, \tilde{x}_1\neq 0$ не имеет обобщенного нуля на интервале $(0,N+1]$, в противном случае (1) называется уравнением с сопряженными точками на интервале $[0,N]$. Положим $c_i^+=\max\{0,c_i\}, i=1,2,...,$

$$A_1(n)=\left(\sum_{k=0}^{n} r_k^{1-p'}\right)^{\frac{1}{p}}\left(\sum_{k=n}^{\infty} c_k^{+}\right)^{\frac{1}{p'}},$$

$$A_2(n)=\left(\sum_{k=0}^{n} r_k^{1-p'}\right)^{\frac{-1}{p}}\left(\sum_{k=1}^{n} c_k^{+}\left(\sum_{m=0}^{k} r_m^{1-p'}\right)^{p}\right)^{\frac{1}{p}},$$

$$A_3(n)=\left(\sum_{k=n}^{\infty} c_k^{+}\right)^{\frac{-1}{p'}}\left(\sum_{k=n}^{\infty} {}_k^{1-p'}\left(\sum_{m=k}^{\infty} c_m^{+}\right)^{p'}\right)^{\frac{1}{p'}},$$

$K_1(p)=\left(\frac{1}{p}\right)^{\frac{1}{p}}\left(\frac{1}{p'}\right)^{\frac{1}{p'}}, K_2(p)=\frac{1}{p'}, \ K_3(p)=\frac{1}{p}$, где $\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=1.$

Пусть для некоторого N – натурального

$$\sum_{k=N}^{\infty} r_k^{1-p'}=\infty, \sum_{k=N}^{\infty} c_k^{+}<\infty. \qquad (2)$$

Теорема 1. *Пусть* $1<p<\infty$ *и выполнены условия (2). Если* $\sup_{n\ge1} A_i(n)<K_i(p)$ *при одном значении* $i=1,2,3,$, *то уравнение (1) является уравнение без сопряженных точек на интервале* $[0,\infty)$

Теорема 2. *Пусть* $1<p<\infty$ *и выполнены условия (2). Если* $\overline{\lim_{n\to\infty}} A_i(n)<K_i(p)$ *при одном из значений* $i=1,2,3,$ *то уравнение (1) неосцилляторно на интервале* $[0,\infty)$

УДК 517.51

О свойствах пространств стохастических процессов с непрерывным временем

Аубакиров Т.У., Муканов Ж.Б.
Карагандинский государственный университет им.Е.А. Букетова
aub-toibek@yandex.ru

Предполагается заданным полное вероятностное пространство (Ω,F,**P**) и некоторая *фильтрация* $F=(F_t)_{t\in T}$, где $T\subset R$, т.е. неубывающее семейство σ- алгебр F_t, $T\subset R$ таких, что $F_s\subseteq F_t\subseteq F$ при $s\le t$, $s,t\in T$.

Пусть X_t, $t\in T$ семейство случайных величин, заданных на (Ω, F, **P**), такое, что X_t является F_t-измеримой величиной при каждом $t\in T$. Тогда $X=(X_t,F_t)_{t\in T}$, где T – некоторый промежуток действительной прямой R, называется стохастическим процессом с непрерывным временем.

Через $N_p^{\alpha q}(F)$, $1<p<\infty$, $0<q\le\infty$, обозначим множество стохастических процессов $X=(X_t, F_t)$, $1\le t<\infty$, для которых

$$\|X\|_{N_p^{\alpha q}(F)} = \left(\int_1^\infty \left(t^{-\alpha} \overline{X_{tp}}\right)^q \frac{dt}{t} \right)^{\frac{1}{q}} < \infty$$

при $0<q<\infty$ и

$$\|X\|_{N_p^{\alpha\infty}(F)} = \sup_{t\ge 1} t^{-\alpha} \overline{X}_t < \infty$$

где $\overline{X}_{tp} = \sup\limits_{A\in F_t, P(A)>0} \frac{1}{[P(A)]^{1/p'}} \cdot \left| \int_A X_t(\omega) P(d\omega) \right|$. Здесь $p' = \frac{p}{p-1}$.

Для заданного стохастического процесса $X = (X_t, F_t)_{t\in T}$ и $s \in T$ определим процесс X^s следующим образом:

$$X^S = \begin{cases} (X_t, F_t)_{t\le s} \\ (X_s, F_t)_{t>s} \end{cases}$$

Пусть $A_0(F)$, $A_1(F)$ - нормированные пространства стохастических процессов на $F = \bigcup\limits_{t\in T} F_t$.

Определим аналог функционала Петре:

$$K(t, X; A_0, A_1) = \inf_{s\in T} \left(\|X - X^s\|_{A_0} + t^{-1} \|X^s\|_{A_1} \right).$$

Интерполяционное пространство $\overline{A}_{\theta q} = (A_0, A_1)_{\theta q}$, где $0<\theta<1$, определяется следующим образом:

При $0<q<\infty$

$$\overline{A}_{\theta q} = \left\{ X = (X_t, F_t) : \|X\|_{\overline{A}_{\theta q}} = \left(\int_1^\infty \left(t^\theta K(t,X)\right)^q \frac{dt}{t} \right)^{\frac{1}{q}} < \infty \right\},$$

при $q = \infty$

$$\overline{A}_{\theta\infty} = \left\{ X = (X_t, F_t) : \|X\|_{\overline{A}_{\theta\infty}} = \sup_t t^\theta K(t,X) < \infty \right\},$$

<u>Определение.</u> Пусть $L = \{L_t\}_{t\in T}$ преобразование стохастических процессов $X = (X_t, F_t)_{t\in T}$, определённых на вероятностном пространстве $(\Omega, F, \mathbf{P})$ с фильтрацией $F = \{F_t\}_{t\in T}$ в стохастические процессы $L(X) = (L_t(X), \Phi_t)_{t\in T}$, определённые на некотором вероятностном пространстве (Λ, R, Q) с фильтрацией $\Phi = \{\Phi\}_{t\in T}$.

Будем говорить, что преобразование L квазилинейно, если найдётся $C>0$ такое, что для любого $t \in T$ верно неравенство

$$\overline{(L_t(X) - L_t(Y))} \le C\overline{(L_t(X - Y))}$$

Теорема. Пусть $L=\{L_t\}_{t\in T}$ -квазилинейное преобразование мартингала $X=(X_t,F_t)_{t\in T}$ такое, что $A_1\subset A_0$, причем для любого $s\in T$ выполнены неравенства

$$\left\|L(X-X^s)\right\|_{B_0}\le M_0\left\|X-X^s\right\|_{A_0},\quad \left\|LX^s\right\|_{B_1}\le M_1\left\|X^s\right\|_{A_1}.$$

Тогда $L:\overline{A}_{\theta q}\to\overline{B}_{\theta q}$, причем $\|LX\|_{\overline{B}_{\theta q}}\le CM_0^{1-\theta}M_1^{\theta}\|X\|_{\overline{A}_{\theta q}}$.

УДК 517.51

Об интерполяции стохастических пространств с переменными аппроксимационными свойствами

Аубакиров Т.У., Досанова Н.К.
Карагандинский государственный университет им. Е.А. Букетова
aub-toibek@

Пусть $\Phi=\{\varphi_\kappa\}_{k=1}^{\infty}$ - полная ортонормированная система функций в $L[0,1]$ и $R=\{n_k(x)\}_{k=0}^{\infty}$, $x\in[0,1]$ - последовательность функций, принимающих натуральные значения и удовлетворяющих условиям: $n_k(x)\le n_{k+1}(x)$ и $\lim_{k\to\infty}n_k(x)=\infty$ почти всюду на $[0,1]$. Для функции $f(x)\in L[0,1]$ обозначим через $c_k(f)$ - коэффициенты Фурье по системе $\Phi=\{\varphi_\kappa\}_{k=1}^{\infty}$ и

$$S(f,n_k)(x)=\sum_{m=1}^{n_k(x)}c_m(f)\varphi_m(x)$$

частичную сумму ряда Фурье функции f, соответствующую функции $n_k(x)$.

Интересующие нас пространства с переменными аппроксимационными свойствами определим следующим образом. Пусть $1<p<\infty$, $0<q\le\infty$, $\alpha\in R$. Через $B_p^{\alpha q}(R,\Phi)$ обозначим множество функций $f\in L[0,1]$, для которых при $0<q<\infty$

$$\|f\|_{B_p^{\alpha q}(R,\Phi)}=(\sum_{k=0}^{\infty}2^{\alpha kq}\|f-S(f,n_k)\|_{L_p}^{q})^{\frac{1}{q}}<\infty,$$

и

$$\|f\|_{B_p^{\alpha\infty}(R,\Phi)}=\sup_k 2^{\alpha k}\|f-S(f,n_k)\|_{L_p}<\infty.$$

Исследование интерполяционных свойств введенных пространств мы проводим через исследование более общего пространства стохастических процессов.

Будем предполагать заданным полное вероятностное пространство $(\Omega,\Im,P)$ с фильтрацией, т.е. семейством $F=\{F_n\}_{n\ge1}$, σ - алгебр F_n таких, что $F_1\subseteq\ldots\subseteq F_n\subseteq\ldots\subseteq\Im$.

Пусть последовательность $\{X_n\}_{n\geq 1}$ случайных величин X_n такова, что для любого $n \geq 1$ величина X_n измерима относительно σ - алгебры F_n. Тогда говорят, что набор $X = (X_n, F_n)_{n\geq 1}$ является стохастическим процессом.

Пусть $A = (A_0(F), A_1(F))$ пара квазинормированных собственных подпространств линейного хаусдорфового пространстве $\aleph(F)$ стохастических процессов, определенных на вероятностном пространстве $(\Omega, \Im, P)$ с фильтрацией $F = \{F_n\}_{n\geq 1}$. Очевидно, эта пара является совместимой парой и, следовательно, для неё определяется шкала интерполяционных пространств относительно вещественного метода [1]

Пусть $0 < \theta < 1$. При $0 < q < \infty$

$$(A_0, A_1)_{\theta q} = \left\{ X \in \aleph(F) : \|X\|^q_{(A_0,A_1)_{\theta,q}} = \int_0^\infty (t^{-\theta} K(t,X))^q \frac{dt}{t} < \infty \right\},$$

а при $q = \infty$

$$(A_0, A_1)_{\theta,\infty} = \left\{ X \in \aleph(F) : \|X\|_{(A_0,A_1)_{\theta,\infty}} = \sup_{0<t<\infty} t^{-0} K(t,X) < \infty \right\},$$

где $K(t, X; A_0, A_1) = \inf_{X = X_0 + X_1} (\|X_0\|_{A_0} + t\|X_1\|_{A_1})$ - функционал Петре.

Теорема. Пусть $1 \leq q_0, q_1, q \leq \infty, 0 < \alpha_0 < \alpha_1, 0 < \theta < 1, \alpha = (1-\theta)\alpha_0 + \theta\alpha_1$.

$$(B_p^{\alpha_0 q_0}(R, \Phi), B_p^{\alpha_1 q_1}(R, \Phi))_{\theta q} = B_p^{\alpha q}(R, \Phi).$$

Литература

1. Берг Й., Лефстрем Й. Интерполяционные пространства. Введение. М., Мир, 1980, 264с.

УДК 511

Некоторые оценки полных тригонометрических сумм

Васильев А. Н.
КФ МГУ имени М.В. Ломоносова
antonvassilyev@yandex.ru

Будем рассматривать полные тригонометрические суммы $S = S(f) = \sum_{x=1}^{p} e^{2\pi \frac{f(x)}{p} i}$, где $f(x) = a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n$ – многочлен с целыми коэффициентами, $p \geq 3$ – простое. Имеющиеся здесь теоремы 1 и 2 являются некоторыми обобщениями приведенной ниже теоремы 1 из [1] и получены тем же методом.

Теорема (А. А. Карацуба, [1]):Пусть $f(x)=ax+bx^n$, $(a,p)=(b,p)=1$, $2\le n\le p-1$. *Тогда*

имеем $|S|=|S(f)|=\left|\sum_{x=1}^{p} e^{2\pi\frac{ax+bx^n}{p}i}\right|\le(n-1)^{\frac{1}{4}}p^{\frac{3}{4}}$.

Теорема 1: $2\le n\le p-1$, *m делит n,* $m<n$. *Тогда*

$$|S|=|S(f)|=\left|\sum_{x=1}^{p} e^{2\pi\frac{ax^m+bx^n}{p}i}\right|\le p^{\frac{3}{4}}\left(\frac{n(m,p-1)^2}{m}-1\right)^{\frac{1}{4}}, \text{ где}$$

$(a,p)=(b,p)=1;\ (m,p-1)=НОД(m,p-1)$.

Теорема 2: $1\le k<n\le p-1$, $f(x)=a_1x+a_2x^2+\ldots+a_kx^k+a_nx^n$,

$(a_1,p)=(a_2,p)=\ldots=(a_k,p)=(a_n,p)=1$. *Тогда* $|S|=|S(f)|=\left|\sum_{x=1}^{p} e^{2\pi\frac{f(x)}{p}i}\right|\le\left((k-1)!np^{2k+1}\right)^{\frac{1}{2k+2}}$.

Отсюда тривиально следует, что $|S|=|S(f)|\le n^{\frac{1}{2k+2}}\sqrt{k}\,p^{1-\frac{1}{2k+2}}$.

Литература

1. А. А. Карацуба, «Об оценках полных тригонометрических сумм», Математические заметки, 1967, т. 1, №2, с. 199 – 208.
2. А. А. Карацуба, «Основы аналитической теории чисел», Москва, 2004, УРСС.
3. И. М. Виноградов, «Основы теории чисел», Москва – Ижевск, 2005, РХД.
4. А. И. Кострикин, «Введение в алгебру. Основы алгебры», Москва, 2004, Физматлит.

УДК517.5

Теоремы вложения анизотропных пространств и неравенство Бернштейна-Никольского.

Дарбаева Д.К.

ЕНУ имени Л.Н. Гумилева

Пусть $f=f(x_1,\ldots,x_n)$ -измеримая функция, определенная в евклидовом пространствеR^n.

Через $f^*(t)=f^{*_1,\ldots,*_n}(t_1,\ldots,t_n)$ обозначим функцию, полученную применением невозрастающей перестановки последовательно по переменным $x_1,\ldots,x_n$ при фиксированных остальных переменных. Данную функцию будем называть невозрастающей перестановкой функции f в R^n.

Пусть $1\le p=(p_1,\ldots,p_n), q=(q_1,\ldots,q_n)\le\infty, *=(j_1,\ldots,j_n)$.

Анизотропное пространство $L_{pq^*}[0,1]^n$ ([1]) определяется следующим образом:

$$L_{pq^*}=\left\{\{f:\|f\|_{L_{pq^*}}=\left(\int_0^\infty\dots\left(\int_0^\infty\left(f\left(t_1^{*_1},\dots,t_n^{*_n}\right)t_1^{\frac{1}{p_1}}\dots t_n^{\frac{1}{p_n}}\right)^{q_{j_1}}\frac{dt_{j_1}}{t_{j_1}}\right)^{\frac{q_{j_2}}{q_{j_1}}}\frac{dt_{j_2}}{t_{j_2}}\right)\dots\frac{dt_{j_n}}{t_{j_n}}\right)^{\frac{1}{q_{j_n}}}\right\}\right\}.$$

В случае $q=\infty$, выражение $\left(\int_0^\infty (G(T))^q\frac{dt}{t}\right)^{\frac{1}{q}}$ понимается, как $\sup_{s>0} G(t)$.

Определим пространство $B^\alpha_{pq^*}[0,1]^n([1])$, как множество рядов $f=\sum_{k\in Z^n}a_ke^{2\pi ikx}$, для которых конечна величина

$$\|f\|_{B^\alpha_{pq^*}[0,1]^n}=\left(\sum_{k_{j_n}=0}^\infty\dots\left(\sum_{k_{j_1}=0}^\infty\left(2^{\sum_{j=1}^n\alpha_jk_j}\|\Delta_k(f)\|_{L_p}\right)^{q_{j_1}}\right)^{\frac{q_{j_2}}{q_{j_1}}}\dots\right)^{\frac{1}{q_{j_n}}}<\infty,,$$

где $\Delta_k(f)=\sum_{2^{k_j}-1\le|m_j|<2^{k_j}}a_me^{2\pi imx},k\in Z^n_+$.

Теорема1. Пусть $\alpha=(\alpha_1,\dots,\alpha_n),\alpha_1=(\alpha_1^1,\dots,\alpha_n^1)\in R^n$,

Пусть $1<p=(p_1,p_2,\dots,p_n)$, $p_1=(p_1^1,p_2^1,\dots,p_n^1)<\infty$, $0<q=(q_1,q_2,\dots,q_n)\le\infty$, $*=(j_1,\dots,j_n)$ *- произвольная перестановка последовательности (1,2,...n).*

Если $\alpha-\alpha_1=\frac{1}{p}-\frac{1}{p_1}>0$, *то* $B^\alpha_{pq^*}[0,1]^n\subset W^{\alpha_1}_{p_1q^*}[0,1]^n$.

Множество $\Gamma_N=\left\{k\in Z^n:\bar{k}=\prod_{j=1}^n\max(|k_j|,1)\le N\right\}$ назовем гиперболическим крестом.

Пусть $T_{\Gamma_N}(x)=\sum_{k\in\Gamma_N}c_ke^{2\pi ikx}$ тригонометрический многочлен, соответствующий гиперболическому кресту.

Теорема2.*Пусть* $N\in\mathrm{N},1<p=(p_1,\dots,p_n)<\infty,1\le q=(q_1,\dots,q_n)\le\infty$,
$\alpha=(\alpha_1,\dots,\alpha_n)\in R^n,\beta=\max_{1\le j\le n}\left(\alpha_j+\frac{1}{p_j}\right)$, $*=(j_1,\dots,j_n)$ *некоторая перестановка последовательности (1,2,...,n),* $A=\left\{j:\alpha_j+\frac{1}{p_j}=\beta\right\}$, $\quad k_0=\min\{k:j_k\in A\}$

Если $\beta>0$, *то* $\|T^\alpha_{\Gamma_N}\|_{L_\infty}\le cN^\beta(\ln(N+2))^{\left(\sum_{j\in A}\frac{1}{q'_j}\right)-\frac{1}{q'_{j_{k_0}}}}\|T_{\Gamma_N}\|_{L_{pq^*}}$.

Если $\beta=0$, *то* $\|T^\alpha_{\Gamma_N}\|_\infty\le c(\ln(N+2))^{\left(\sum_{j\in A}\frac{1}{q'_j}\right)}\|T_{\Gamma_N}\|_{L_{pq^*}}$.

Литература

[1]. Нурсултанов Е.Д. Интерполяционные теоремы для анизотропных функциональных пространств и их приложения . //Доклады РАН.2004.Т.394.N1.С.1-4.

УДК 517.5

Мультипликаторы рядов Фурье и неравенство типа Бернштейна - Никольского

Дарбаева Д., Сарыбекова Л.О., Тлеуханова Н.Т.
ЕНУ имени Л.Н. Гумилева
slo1983@inbox.ru

Данная работа посвящена исследованию мультипликаторов рядов Фурье в пространствах Лебега.

Ортонормированная система $\{\varphi_k(x)\}$, определенных на $[0,1]$ функций, называется регулярной, если существует $B>0$, такое, что

1. для любого отрезка e из $[0,1]$, $\forall k\in N$ $\left|\int\limits_e \varphi_k(x)\,dx\right| \le B\min\left(\mu e, \frac{1}{k}\right)$,

2. для любого отрезка ω из N, $\forall t\in(0,1]$ $\left(\sum\limits_{k\in\omega}\varphi_k(\cdot)\right)^*(t) \le B\min\left(|\omega|, \frac{1}{t}\right)$,

где $|\omega|$-количество элементов в ω.

Заметим, что все тригонометрические, мультипликативные системы с ограниченными образующими будут регулярными.

Пусть $0<p,q<+\infty$, и $f\in L_p$ с рядом Фурье $\sum\limits_{k\in Z}\hat{f}(k)\varphi_k(x)$,

$\hat{f}(k)=\int\limits_0^1 f(x)\overline{\varphi}_k(x)dx$.

Будем говорить, что последовательность комплексных чисел $\lambda=\{\lambda_k\}_{k\in Z}$ является мультипликатором рядов Фурье по регулярной системе из L_p в L_q если найдется функция $f_\lambda\in L_q$, ряд Фурье которой совпадает с рядом $\sum\limits_{k\in Z}\lambda_k\hat{f}(k)\varphi_k(x)$. Множество всех мультипликаторов m_p^q является нормированным пространством с нормой

$$\|\lambda\|_{m_p^q}=\sup\frac{\|f_\lambda\|_{L_q}}{\|f\|_{L_p}}.$$

Теорема 1. *Пусть* $0<p\le q<+\infty$. *Если* $\lambda=\{\lambda_k\}_{k\in Z}$ *удовлетворяет следующим условиям*

$$\left(\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\left(k\left|\lambda_k-\lambda_{k+1}\right|k^{\frac{1}{p}-\frac{1}{q}}\right)^{p'}}{k}\right)^{\frac{1}{p'}}\le B,$$

$$\sup|\lambda_k|k^{\frac{1}{p}-\frac{1}{q}} \le B,$$

тогда $\lambda \in m_p^q$ *и верно* $\|\lambda\|_{m_p^q} \le cB$.

Теорема 2. *Пусть* $0 < p \le q < +\infty$, $T_n(x) = \sum_{k=1}^{n} a_k\varphi_k(x)$, $T_n^\alpha(x) = \sum_{k=1}^{n} k^\alpha a_k\varphi_k(x)$, *тогда*

при $\alpha > -\left(\frac{1}{p}-\frac{1}{q}\right)$

$$\|T_n^\alpha\|_q \le cn^{\frac{1}{p}-\frac{1}{q}+\alpha}\|T_n\|_p,$$

при $\alpha = -\left(\frac{1}{p}-\frac{1}{q}\right)$

$$\|T_n^\alpha\|_q \le c(\ln(n+1))^{\frac{1}{p'}}\|T_n\|_p,$$

при $\alpha < -\left(\frac{1}{p}-\frac{1}{q}\right)$

$$\|T_n^\alpha\|_q \le c\|T_n\|_p.$$

Теорема 2 - это неравенство типа Бернштейна-Никольского для регулярной системы.

О смешанной граничной задаче для «существенно» нагруженного уравнения теплопроводности

Дауылбаева С.Т., Кошкарова Б.С.
Карагандинский государственный университет им. Е.А. Букетова
b_koshkarova@mail.ru

Постановка задачи. Требуется найти функцию $u = u(x,t)$ - решение задачи:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \alpha(t)\frac{\partial^k u(\bar{x},t)}{\partial x^k} = f(x,t),\ (x > 0, t > 0) \tag{1}$$

$$u(x,0) = \varphi(x),\ \frac{\partial u(0,t)}{\partial x} - b\cdot u(0,t) = g(t), \tag{2}$$

где $\alpha(t) \in C(R_+)$, $\bar{x} = \beta(t) \in C(R_+)$, $f(x,t)$ - заданные функции; $R_+ = (0,+\infty)$, b - заданное число, $k \ge 0$ [1], [2].

Задачу (1) – (2) можно свести к решению следующего интегрального уравнения относительно неизвестного выражения $\frac{\partial^k u(\bar{x},t)}{\partial x^k}$ [3]:

$$\mu(t)+\int_0^t \alpha(\tau)K_k(t-\tau)\mu(\tau)d\tau = h_k(t),$$

(3)

где введены обозначения:

$$\mu(t)=\frac{\partial^k u(\bar{x},t)}{\partial x^k},\ K_k(t-\tau)=\frac{\partial^k}{\partial x^k}\int_0^{+\infty} G(x,\xi,t-\tau)d\xi\Big|_{x=\bar{x}},$$

$$h_k(t)=\frac{\partial^k}{\partial x^k}\left\{\int_0^{+\infty}\varphi(\xi)G(x,\xi,\tau)d\xi-\int_0^t g(\tau)G(x,0,t-\tau)d\tau+\int_0^t\int_0^{+\infty} f(\xi,\tau)G(x,\xi,t-\tau)d\xi d\tau\right\}_{x=\bar{x}}.$$

Справедлива следующая теорема:

Теорема. Пусть $\bar{x}=\beta(t)\in C(R_+)$, $\beta(t)=const$, $\alpha(t)\in C(R_+)$, то при любом $k\geq 1$ задача (1) – (2) имеет единственное решение в классе ограниченных функций.

Литература

[1]. Нахушев А.М. Нагруженные уравнения и их приложения // Дифференциальные уравнения, 1983, Т. 19, № 1, с. 86-84.

[2]. Дженалиев М.Т. К теории линейных краевых задач для нагруженных дифференциальных уравнений, - Алматы: Компьютерный центр ИТПМ, 1995, - 270с.

[3]. Дженалиев М.Т., Рамазанов М.И. О граничных задачах для «существенно» нагруженных параболических уравнений в ограниченных областях. I (одномерный случай) // Доклады АМАН (Нальчик), 2004, Т. 7, № 1, с.32-36.

УДК 517.5

Об одном аналоге неравенства в весовых пространствах Хаусдорфа-Юнга

Закирова Е.Т.
КФ МГУ имени М.В. Ломоносова
daltonik5@yandex.ru

Хорошо известно неравенство Хаусдорфа-Юнга:

$$\left(\sum_{-\infty}^{+\infty}(\hat{f}(k))^{p''}\right)^{1/p'} \leq c\left(\int_0^1 |f(x)|^p dx\right)^{1/p},$$

где $f\approx\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\hat{f}(k)e^{2\pi ikx}$.

В работе [1],[2] для преобразования Фурье $\hat{f}(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(y)e^{-ixy}dy$ сформулирована следующая теорема.

Теорема.

Пусть w положительная, неубывающая на $(0,+\infty)$ функция, $1 < p \le q \le p' < \infty$, Тогда для того, чтобы выполнялось неравенство

$$\left\{\int_a^b \left|\hat{f}(x)\right|^q |x|^{-n(1-q/p')} w(1/|x|)^{q/p} dx\right\}^{1/q} \le c\left\{\int_a^b |f(x)|^p w(x)dx\right\}^{1/p}.$$

необходимо и достаточно выполнения следующего условия

(1) $$\sup_{[a,b]\in R}\left[\frac{1}{(b-a)}\int_a^b w(x)dx\right]\left[\frac{1}{(b-a)}\int_a^b w(x)^{1-p'}dx\right]^{p-1} < \infty,$$

где $p' = \dfrac{p}{p-1}$

Как правило, результаты, полученные для преобразований Фурье переносятся на ряды Фурье. В связи с этим возникает вопрос верен ли аналог выше приведенной теоремы для рядов Фурье, иначе говоря, верно ли следующее утверждение:

Утверждение. Пусть для f, w, p, q, p' выполнены условия теоремы. Тогда для того, чтобы имело место неравенство

$$\left(\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\left|\hat{f}(k)\right|^q k^{1-q/p'} w\left(\frac{1}{k}\right)^{\frac{q}{p}}\right)^{\frac{1}{q}} \le c\left(\int_0^1 |f(x)|^p w(x)dx\right)^{\frac{1}{p}}$$

необходимо и достаточн

В работе построен пример, показывающий, что данное утверждение неверно.

Пусть $q = p, r > 2, r' = \dfrac{r}{r-1}$. В качестве $w(x) = x^{p/r-1}$, и пробную функцию в виде следующего ряда

Пусть $\{\varepsilon_n\}$-последовательность Рудина –Шапиро [3] и функция имеет следующий вид

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 2^{-\frac{k}{2}}\frac{1}{k^2}\sum_{n=2^{k-1}}^{2^k-1}\varepsilon_n e^{inx} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 2^{-\frac{k}{2}}\frac{1}{k^2} f_k(t)$$

Литература

1.H.P.Heinig, “A Fourier inequality with Ap and weak-L1 weight”, Mc Master University Hamilton, Omario, Canada L8S4KI

2.J.J.Benedetto,H.P.Heinig and R.Johnson,” A Fourier inequality with Ap-weight”,Proc.Conf.Oberwolfach 1986,General Inequalities 5.Internat.Series Numerical Math.;

H.P.Hening and G.L.Sinnamon," Fourier inequalities and integral representations of functions in weighted Bergman Spaces over tube domains",Indiana Univ.Math.38(3)(1989)
3.М.И.Дьяченко, П.Л.Ульянов «Мера и интеграл».

УДК 517.51.

О суммируемости коэффициентов Фурье функции из обобщенных пространств Лоренца

Копежанова А.Н., Нурсултанов Е.Д.
ЕНУ им. Л.Н. Гумилева.

В работе изучается суммируемость коэффициентов Фурье $c=\{c_n(f)\}$ по системе $\Phi=\{\varphi_n\}_{n=1}^{\infty}$ функции из весового пространства Лоренца.

Ортонормированная система ограниченная в совокупности, если $|\varphi_n(n)|\le M,\, t\in[0,1],\ n\in N.$

Теорема 1. Пусть $\Phi=\{\varphi_n\}_{n=1}^{\infty}$ - ограниченная в совокупности.

Пусть $0<\beta\le\infty$ и пусть λ неотрицательная функция на $[0,\infty)$.

a) Если существует $\delta>0$ удовлетворяющая условию: $\lambda(t)t^{-\delta}$ является возрастающей функций, $\lambda(t)t^{-(\frac{1}{2}-\delta)}$ является убывающей функций, тогда

$$\left(\sum_{n=1}^{\infty}\left(c_n^*\lambda(n)\right)^{\beta}\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{\beta}}\le\left(\int_0^1\left(f^*(t)t\lambda(\frac{1}{t})\right)^{\beta}\frac{dt}{t}\right)^{\frac{1}{\beta}},$$

b) Если существует $\delta>0$ удовлетворяющая условию: $\lambda(t)t^{-(\frac{1}{2}-\delta)}$ является возрастающей функций, $\lambda(t)t^{-1+\delta}$ является убывающей функций, тогда

$$\left(\int_0^1\left(f^*(t)t\lambda(\frac{1}{t})\right)^{\beta}\frac{dt}{t}\right)^{\frac{1}{\beta}}\le\left(\sum_{n=1}^{\infty}\left(c_n^*\lambda(n)\right)^{\beta}\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{\beta}},$$

где $\{c_n^*\}_0^{\infty}$ является невозрастающей перестановкой последовательности $\{|c_n|\}_{n=-\infty}^{+\infty}$ и $f^*(t)$ является равноизмеримой по $|f(t)|$ и невозрастающей функций.

В случае $\beta<\infty$, $\Phi=\{e^{2\pi ikx}\}$ - тригонометрическая система, утверждение доказано в работе Персона Л.Е. [1].

Теорема 2. Пусть $\Phi=\{\varphi_n\}_{n=1}^{\infty}$ -регулярная система.

Пусть $0<\beta\le\infty$ и пусть λ неотрицательная функция на $[0,\infty)$. Если существует $\delta>0$ удовлетворяющая условию: $\lambda(t)t^{-\delta}$ является возрастающей функций, $\lambda(t)t^{-1+\delta}$ является убывающей функций, тогда

$$\left(\sum_{n=1}^{\infty}\left(\overline{c_n}\lambda(n)\right)^{\beta}\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{\beta}}\le\left(\int_0^1\left(f^*(t)t\lambda(\frac{1}{t})\right)^{\beta}\frac{dt}{t}\right)^{\frac{1}{\beta}},$$

$$\text{где}\ \overline{c_n}=\frac{1}{n}\left|\sum c_m(f)\right|.$$

Когда $\lambda(t)=t^{\gamma}$ - весовая функция, то теорема 2 была доказана в работе [2].

Теорема 3. Пусть $\Phi=\{\varphi_n\}_{n=1}^{\infty}$ -регулярная система.

Пусть $0<\beta\le\infty$ и пусть λ неотрицательная функция на $[0,\infty)$. Если существует $\delta>0$ удовлетворяющая условию: $\lambda(t)t^{-\frac{1}{2}-\delta}$ является возрастающей функций, $\lambda(t)t^{-1+\delta}$ является убывающей функций, тогда

$$\left(\int_0^1\left(\overline{f(t)}t\lambda(\frac{1}{t})\right)^{\beta}\frac{dt}{t}\right)^{\frac{1}{\beta}}\le\left(\sum_{n=1}^{\infty}\left(c_n^*\lambda(n)\right)^{\beta}\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{\beta}},$$

$$\text{где}\ \overline{f(t)}=\frac{1}{t}\left|\int_0^t f(s)ds\right|.$$

Теорема 4. Пусть $\Phi=\{\varphi_n\}_{n=1}^{\infty}$ -регулярная система.

Пусть $0<\beta\le\infty$ и пусть λ неотрицательная функция на $[0,\infty)$. Если

существует $\delta>0$ удовлетворяющая условию: $\lambda(t)t^{-\frac{1}{2}-\delta}$ является возрастающей функций, $\lambda(t)t^{-1+\delta}$ является убывающей функций, тогда

существует функция $f(t)$ такое что

$$\left(\int_0^1\left(f^*(t)t\lambda(\frac{1}{t})\right)^\beta \frac{dt}{t}\right)^{\frac{1}{\beta}} < \infty \quad \text{и} \quad \left(\sum_{n=1}^{\infty}\left(\overline{|c_n|}\lambda(n)\right)^\beta \frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{\beta}} = +\infty,$$

где $\overline{|c_n|} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}|c_k|$.

Литература

1. Persson L.E. Relation between summability of function and Fourier series//Acta Math. Acad. Sci. Hung.Tomus 27(3-4), 1976, p.267-280;

2. Нурсултанов Е.Д. О коэффициентах кратных рядов Фурье из L_{p-} пространств// Известия РАН, 2000, Т.64, N1, с.95-122.

УДК 517. 9

Об одной задаче Т.Ш. Кальменова

Копжасарова А.А., Шалданбаев А.Ш.
Южно-Казахстанский государственный университет им.М.О. Ауезова,
rkzh@mail.ru

1. Рассмотрим в гильбертовом пространстве H линейного оператора A с областью определения D (A), плотный в H и областью значения R(A). Если множество собственных векторов оператора A не полна в H, то его дополняют с помощью, так называемых, присоединенных векторов. На семинаре ЮКГУ Кальменов Т.Ш. предложил другой путь, и поставил следующую задачу. Существуют ли такие неполные операторы, что собственные векторы оператора и его сопряженного совместно образуют полную систему в H? Ответ оказался положительным и он взаимосвязан другими свойствами оператора, как вещественность спектра, кратность спектра, приводимость оператора [1].

2. Полученные результаты. Пусть H=$L^2(0.\pi)$, в этом пространстве рассмотрим оператора Штурма-Луивиля с периодическими краевыми условиями:

L=$\frac{d^2}{dx^2}$, D(L)= $\{y(x) \in W_2^1(0,\pi), y(0)-y(\pi) = y^э(0) - y^э(\pi) = 0\}$

Теорема 2.1. Проектор $py(x) = \frac{y(n-x)+y(x)}{2}$ приводит оператора L.

Теорема 2.2. Имеет место равенство

L= A+B

где, $A = -\frac{d^2}{tx^2}, D(A) = \{z \in W_2^{'}(0,\pi), z(\pi) - z(0) = z^{'}(\pi) = z^{'}(0) = 0\}$,

$$B = -\frac{d^2}{dx^2}, D(B) = \{z \in W_2^{'}(0,\pi), z(\pi) - z(0) = z^{'}(\pi) = z^{'}(0) = 0\},$$

Расширив оператора А получим ответы на все интересующие нас вопросы.

Теорема 2.3. Собственные векторы оператора

$\hat{A} = -\frac{d^2}{dx^2}, D(\hat{A}) = \{z \in W_2^{'}(0,\pi), z(\pi) - z(0) = z^{'}(0) = 0\}$, и его сопряженного образуют полную в $L^2(0.\pi)$ систему, хотя каждый из них является не полным оператором

Литература

1. Ахиезер Н.И., Глазман Н. М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве,- М., 1969

УДК 517.9

О кратности собственных значений оператора Штурма – Лиувилля

Кудайбергенова А.Б., Шалданбаев А.Ш.

Южно-Казахстанский государственный университет им.М.О. Ауезова,

rkzh@mail.ru

1. Известная теорема Биркгрофа G, о спектральном разложений обыкновенного дифференциального оператора n-го порядка доказано для простых собственных значений [1]. Михайлов В.П. и Кесельман Г.М. обобщили эту теорему для операторов с кратным спектром. Для некоторых частных задач нарушения условия Михайлова – Кесельмана означает присутствия кратного спектра (геометрического), т.е. это теорема также близка к теореме Биркгрофа G. Для практического использования результатов спектральной теории, надо конкретная информация о кратности спектра: количество кратных собственных значении, порядок кратности и месторасположения этих собственных значении, иначе такие теоремы представляют лишь теоретический интерес. Проблема кратности собственных значении относится к числу трудных проблем спектральной теории, поэтому неудивительно, что к этой теме посвящена очень мало работ, список которой имеется в [1]. Нам кажется, что наличие кратного спектра (особенно геометрического) говорит об существовании некоторых симметрии задачи или переопределенности задачи. Объектом исследования мы выбрали простейшего оператора Штурма – Лиувилля с общим граничным условием и старались найти необходимого признака кратности собственных значений.

2. ПОЛУЧЕННЫЙ РЕЗУЛЬТАТ

ТЕОРЕМА 2.1. Если задачи Штурма – Лиувилля;

$$-y'' = \lambda^2 y, \tag{2.1}$$

$$\alpha_{11}y(0) + \alpha_{12}y'(0) + \alpha_{13}y(1) + \alpha_{14}y'(1) = 0, \tag{2.2}$$

$$\alpha_{21}y(0)+\alpha_{22}y'(0)+\alpha_{23}y(1)+\alpha_{24}y'(1)=0 \qquad (2.3)$$

имеет более чем одного кратного (геометрический) собственного значения, то это задача эквивалентна задаче

$$y(0)=\kappa y(1), \quad \kappa^2=1, \qquad (2.4)$$

$$y'(0)=\kappa y'(1) \qquad (2.5)$$

т.е. периодической и антипериодической краевой задаче.

ЛИТЕРАТУРА

1. Наймарк М.А. «Линейные дифференциальные операторы» –М.: Наука, 1969-526с.

УДК 517.925

Об одной линейной системе D_a-уравнений многомерного времени с переменным периодом

Кульжумиева А.А.

Актюбинский государственный университет имени К. Жубанова

aiman-80@mail.ru

Исследуется существование периодического решения одной линейной системы вида

$$D_a x = P(\tau, t, \sigma)x + f(\tau, t, \sigma). \qquad (1)$$

с оператором $D_a = \dfrac{\partial}{\partial\tau} + \sum\limits_{j=1}^{m} a_j(t)\dfrac{\partial}{\partial t_j}$, где $(\tau, t) \in R \times R^m$ – многомерное время, $\sigma = t - a\tau$ – характеристика оператора D_a, $a(t) = (a_1(t), ..., a_m(t))$ – вектор-функция.

Допустим, что выполняются следующие условия

$$P(\tau+\theta(\sigma), t+k\omega, \sigma+k\omega) = P(\tau, t, \sigma) \in C^{(0,1,1)}_{\tau,t,\sigma}(R\times R^m \times R^m), \quad \forall k \in Z^m, \qquad (2)$$

$$f(\tau+\theta(\sigma), t+k\omega, \sigma+k\omega) = f(\tau, t, \sigma) \in C^{(0,1,1)}_{\tau,t,\sigma}(R\times R^m \times R^m), \quad \forall k \in Z^m, \qquad (3)$$

где $k\omega = (k_1\omega_1, ..., k_m\omega_m)$ – кратные периоды, $0 < \theta(\sigma + k\omega) = \theta(\sigma) \in C^{(1)}_{\sigma}(R^m)$, $\forall k \in Z^m$, причем $\theta(0) = \omega_0$, $\omega_1, ..., \omega_m$ – положительные рационально несоизмеримые постоянные.

Поставленная задача рассматривается для случая, когда однородная система, соответствующая системе (1), не имеет $(\theta(\sigma), \omega, \omega)$-периодических решений, кроме нулевого. Следовательно, матрицант $X(\tau, t, \sigma)$ обладает свойством

$$X(\tau+\theta(\sigma), t+k\omega, \sigma+k\omega) \neq X(\tau, t, \sigma). \qquad (4)$$