ЖЕТПИСБАЕВА А.Т.

ЭЛЕКТРМАГНИТТІК ТОЛҚЫНДАРДЫ ТАРАТУ ТЕОРИЯСЫ

Оқу құралы

Алматы - 2009

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
М.ТЫНЫШБАЕВ АТЫНДАҒЫ ҚАЗАҚ КӨЛІК ЖӘНЕ
КОММУНИКАЦИЯЛАР АКАДЕМИЯСЫ

ЖЕТПИСБАЕВА А.Т.

ЭЛЕКТРМАГНИТТІК ТОЛҚЫНДАРДЫ ТАРАТУ ТЕОРИЯСЫ

ОҚУ ҚҰРАЛЫ

Алматы - 2009

УДК 656.25(075)
ББК 32.84я73
Ж56

Пікір жазғандар: Айтмагамбетов А.З.- т.ғ.к., доцент, «АЭБИ»;
Туманбаева К.Х.- т.ғ.к., доцент, «АЭБИ»;
Сабдыкеева Г.Г.- т.ғ.к., профессор, «ҚазККА»;

Ж56 **Жетписбаева А.Т.** Электрмагниттік толқындарды тарату теориясы. Оқу құралы.- Алматы: М.Тынышбаев атындағы Қазақ көлік және коммуникациялар академиясы. 2009.- 80 б.

ISBN 9965-801-66-5

Осы оқу құралында электрмагниттік теориясының негіздері жайлы, атап айтқанда Максвелдің теңдеулері және электрмагниттік толқындардың бағыттау теориясының негіздері, өте жоғары жиілікті жабдықтардың құру негіздері енгізілген. Оқу құралында қарастырылған теориялық мәліметтер, бакалаврлардың өздігімен жұмыс істеуіне және тәжірибеде кездесетін сұрақтарға байыппен жауап беруіне көмектеседі.

Оқу құралы техникалық ЖОО-ның 050719 - «Радиотехника, электроника және телекоммуникация» (РЭТ) бакалавр мамандықтарына арналған.

УДК 656.25(075)
ББК 32.84я73

$Ж\frac{2302020000}{00(05)-07}$

ISBN 9965-801-66-5

МАЗМҰНЫ

Кіріспе

Электрмагниттік толқындық процесстер мен әртүрлі құрылғылар қазіргі заманғы радиотехника мен байланыста кең қолданылады. Олардың ең маңызды роль атқаратындары: сантиметрлік немесе оптикалық диапазонда жұмыс істейтін таратушы жолдар мен волнаводтар, толқын таратушылар мен қабылдағыш антенналар, көлемді резонаторлар мен сүзгіштер, бір-бірімен әсерлеспейтін ферриттік құрылғылар, тез есептейтін машина мен коммутациялық құрылғылардың элементтері. Олардың жұмысы электрмагнит өріс заңдылықтарына негізделген.

Техникалық электрдинамиканың курсы электрмагниттік процессер теориясын зерттеу мен электрдинамикалық құрылғылардың техникасын қарастырады. Космостағы және жер маңайындағы кеңістіктегі толқынның таралуынан бастап кіші көлемдегі сантиметрлік және миллиметрлік диапазондағы құрылғыларға дейінгі электромагниттік құбылыстардың кең аумағын қамтиды. Қазіргі заманда техникалық электдинамиканы меңгермеген маманды білімді, жоғарғы квалификациялы маман деп атай алмаймыз. Себебі білімсіз жаңа заманға сай техникалық техникалық құрылғыларды зерттеу мен дамыту мүмкін емес.

Электростатика мен магнитостатиканың пайда болуы.

Электр және магнит күштері туралы кейбір мәліметтер ежелгі гректерге белгілі болған. Екі таңқаларлық құбылыс болғын: янтарьдың үйкелген бөлшегіне папирустың бөлшектері жабысып қалатын болған; Магнезия қаласының маңайынан табылған тастарға темірден соғылған заттар тартылатын болған. Біздің эрамызға дейінгі Ежелгі Қытай саяхатшылары магниттің солтүстікті бағыттап тұру қабілетін пайдалана білген.

Бұл құбылыстарды XVIII ғ. дейін ешкім түсіндіре алмаған. Электрлік магниттік құбылыстардың өзара байланысты екендігін ғасырлар бойы байқамаған.

XVIII ғ. аяғы мен XIX ғ. басында электрдің магнетизмнің негізгі заңдылықтары табылған. Ньютонның Бүкіләлемдік тартылыс заңымен ұқсас Ш. О. Кулон 1785 – 1788 ж.ж алғашқы электрлік зарядтар мен магниттік полюстердің өзара әсерлесуінің сандық заңын бекітті. Бұл әуелік механика үшін дайындалған потенциал теориясы негізінде электрстатика мен магнитостатиканы жасауға мүмкіндік берді.

Магниттік және электрлік құбылыстар арасындағы байланыс 1820 жылы Г. Эстерд электр тоғының магнит стрелкасының әсер ететінін байқайды. Осы құбылысты зерттеген А. М. Ампер мынандай көзқарасқа ие болды: "магниттік қасиет тек қана қозғалатын электр зарядтарында ғана болады".
Осылай электрлік және магнетизмнің өзара әсерлесуін зерттейтін жаңа ғылымның негізін қалады. Ампер оны электрдинамика деп атады.

XIX ғасырдың жартысында М. Фарадей көптеген эксперименттік зерттеулер жүргізген. Кеңістікті тесіп өтетін электрлік және магниттік күштік сызықтардың концепциясына сүйене отырып, Фарадей электрмагниттік өріс құбылысының негізгі түсініктерін енгізді. Оның зеттеулері бойынша электрлік және магниттің өзара әсерлесуі ортаның құрамына байланысты болады. Ол диэлектрлік тесіп өту түсінігін енгізген, парамагниттік пен диамагниттік құбылыстарын ашқан.

Электрмагниттік өріс теориясының пайда болуы.

Өзінің ең алғашқы еңбектерінің бірі " Фарадейдің күштік сызықтары" деген еңбегінде Максвелл күштік сызықтарды қатаң математикалық формада көрсетті. 1864 жылы Максвелл алғашқы рет электрмагниттік өріс теңдеуінің толық жүйесін енгізді. Бұрынғы электрмагнитизм заңдылықтарындағы зарядтардың сақталу заңының орындалмайтынын да байқаған. Максвелл бұл кемшілікті түзеткен. Осыдан пайда болған теңдеу бойынша магнит өрісінің пайда болуына тек қана өткізгіш тоғы емес, сонымен қатар ығысу тоғы да электр өрісінің өзгерісі де әсер етеді. Теория түрінде ғана алынған, аз ғана түзету құбылыстың жаңа түрінің туындауына алып келді. Ол электромагниттік толқындар, яғни жарық жылдамдығымен қозғалатын айнымалы электрмагниттік өріс.

Радионы ойлап тапқан ғалым А. С. Попов. Ол іс жүзінде теңіз флоты үшін радиобайланыс жүйесін жасаған. 1895 жылдың көктемінде ол далалық жерде көптеген тәжірибелер жүргізудің арқасында таралу қашықтығын 60 – 80 метрге дейін жеткізген. Бұл тәжірибеде бізге белгілі радиобайланыс жүйесінің элементтері қолданылған: таратқыш, қабылдағыш, антенна. 1895 жылы 7 мамыр күні Попов өзінің ойлап тапқан жүйесін Орыстың физико-химиялық қоғамында көпшіліктің назарына ұсынды, содан бері 7 мамыр радионың шыққан күні болып табылады.

Радиобайланыс техникасы дециметрлік толқын таратқыштардан басталады. А. С. Попов өзінің таратуларын осы диапазонда таратқан. Ең алғашқы өшпейтін толқын таратқыштар өте ұзын толқындар диапазонында жұмыс істеген. Кейін біртіндеп қысқа толқындарға көшу мәліметтерді таратудың мүмкіншіліктерін арттырды. Ұлы Отан Соғыс жылдарының басында дециметрлік толқындар кең өріс алды. Радиолокацияның, кейін радиорелейлік байланыстың пайда болуы сантиметрлік және миллиметрлік толқындар техникасының дамуына түрткі болды. Қазіргі заманда радиотолқындар Жерден Венераға дейінгі 100 миллион шақырым космостық арақашықтықты игеруде.

Электрдинамика негізгі теңдеулері.
Электрмагниттік өріс үшін Максвелл теориясының негіздері

Электрмагнит өрісі және оның математикалық моделі. Электрдинамика-ол электр магнит өрісін зерттейтін ғылым. Өрістің негізгі көзі ретінде- электр заряды алынады. Қарапайым бөлшектердің электрондық заряды- $e=1.602*10^{-19}$ Кл. Электрмагнит өрісі жеке жағдайда электрлік немесе магниттік болуы мүмкін. Вакуум ішіндегі электр өрісінің кернеуі $\bar{E}$ берілген q зарядқа төмендегі теңдікпен берілген күшпен әсер етеді

$$\bar{F}(r) = q\bar{E}(r)$$

мұндағы r- радиус-вектор, күштің әсер ету бағытын көрсетеді.

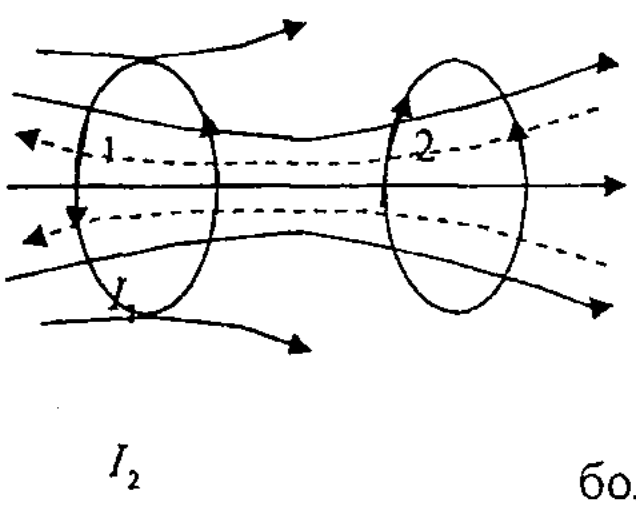
Ваккум ішіндегі магнит өрісін магнит индукциясының векторімен бейнелейді:

$$\bar{B} = \mu_0 \bar{H}, Тл$$

мұндағы $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} = 1.25 \cdot 10^{-6}\, Гн/м$ -магнит тұрақтылығы;

$\bar{H}$ -магнит өрісінің кернеулік векторы.

Өзара индукция. (1) және (2) бір-біріне жақын орналасқан екі қозғалмайтын контурды қарастырайық.



$\Phi_{21} = L_{21}I_1$ -2-ші контурды қиып өтетін магнит ағынын белгілейік. $\varepsilon_{i2} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21}\frac{dI_1}{dt}$

Φ_{12} –1-ші контурды қиып өтетін магнит ағыны. $\varepsilon_{i1} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12}\frac{dI_1}{dt}$.

Екі контурдың біріншісінде ток күші өзгерген кезде екіншісінде ЭҚК-тің пайда болу құбылысын өзара индукция деп атайды. $L_{12} = L_{21}$

$$\Phi_2 = BS = \mu_0\mu\frac{N_1 I}{l}S;\quad B = \mu_0\mu\frac{N_1 I_1}{l};\quad \Psi = \Phi_2 N_2 = \mu_0\mu\frac{N_1 N_2}{l}SI_1$$

$$\Phi_2 = L_{21}I_1;\quad L_{21} = \frac{\Psi}{I_1} = \mu_0\mu\frac{N_1 N_2}{l}S;\quad L_{12} = L_{21} = \mu_0\mu\frac{N_1 N_2}{l}S$$

Магнит өрісінің энергиясы. Магнит өрісі де электр өрісі сияқты энергия алып жүреді. Магнит өрісі энергиясының осы өрісті тудыруға кеткен жұмысқа тең болуы табиғи нәрсе болып есептеледі. Индуктивтілігі бойында тогі өтіп жатқан орамды қарастырайық. Бұл ораммен ілініскен магнит ағыны Ф=LI болады да, ток dI-ге өзгерсе, онда магнит ағыны dФ=LdI-ге өзгереді. Магнит ағынын dФ-ке өзгерту үшін $dA = Id\Phi = LIdI$ жұмысын жасау керек. Сонда Ф магнит ағынын тудыратын жұмыс $A = \int_0^I LIdI = \frac{LI^2}{2}$ болады.

Сонымен $W = \frac{LI^2}{2}$ магнит өрісінің энергиясы. Соленоид ішіндегі біртекті магнит өрісін қарастырайық.

$W = \frac{1}{2}\mu_0\mu\frac{N^2}{l}SI^2$; ал $I = \frac{Bl}{\mu_0\mu N}$ және $B = \mu_0\mu H$ екенін еске алсақ, онда

$$W = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}V = \frac{BH}{2}V \qquad (1)$$

Энергияның көлем бойынша тығыздығы $\omega = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} = \frac{BH}{2}$ (2)

тең болады. (2) формуласының $\vec{E}$ мен $\vec{H}$ векторлары арасындағы байланыс сызықты болғанда дұрыс болатынын айту керек.

Электрмагниттік өріс үшін Максвелл теориясының негіздері. Максвелл теориясында ортада өтетін құбылыстардың ішкі механизмі мен электр және магнит өрістерінің пайда болуын тудыратын ішкі механизмдер қарастырылмайды. Ортаның электрлік және магниттік қасиеттері Максвелл теориясында үш шамамен сипатталады: салыстырмалы диэлектр өтімділігі ε, салыстырмалы магнит өтімділігі μ және меншікті электр өткізгіштік γ.

Максвелл теориясы электрмагниттік өрістің макроскопиялық теориясы болып есептелінеді. Бұл теорияда макроскопиялық зарядтар мен токтар тудыратын электр және магнит өрістері қарастырылады, яғни көлемдері жеке атомдар мен молекулалардың көлемдерімен салыстырғанда тым үлкен көлемде шоғырланған зарядтар қарастыралады, тағы да өріс көздерінен кеңістіктің қарастырылып отырған нүктелеріне дейінгі арақашықтықтың молекулалардың көлемдерінен көп есе артық болған жағдай қарастырылады. Соңында айнымалы электр және магнит өрістерінің өзгеріс периодтары молекулаларда өтетін процестерден бірнеше есе артық болатын жағдай қарастырылады.

Максвелл теориясында электр мен магнит арасындағы өзара әсерлесу электр мен магнит өрістерінің қатысуымен және осы ортада толқындар шекті жылдамдықпен таралады.

Құйынды электр өрісі. Фарадей заңынан $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$ шығады, бұдан контур мен іліп алынған ағынның кез-келген өзгерісі индукция ЭҚК-нің пайда болуына алып келеді және соның әсерінен индукциялық ток пайда болады. Сондықтан айнымалы магнит өрісінде орналасқан қозғалмайтын контурда да индукцияның ЭҚК-і тек қана сол жағдайда да пайда болады, егер ток тасушы бөлшектерге тосын күштер, яғни электростатикаға жатпайтын күштер әсер еткен жағдайда.

Максвелл болжамы бойынша кез-келген айнымалы магнит өрісі қоршаған ортада электр өрісін коздырады және бұл өріс контурды индукциялық токтың пайда болуына алып келеді.

Сонымен Максвелл бойынша уақыт бойынша өзгерісте болатын магнит өрісі кернеулігі $\vec{E}_B$ электр өрісін тудырады, бұл вектордың циркуляциясы

$$\oint \vec{E}_B d\vec{l} = \oint E_{B,l} dl = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad (3)$$

(3) теңдеуге магнит ағынының $\Phi = \int_S \vec{B}d\vec{S}$ формуласын қоя отырып

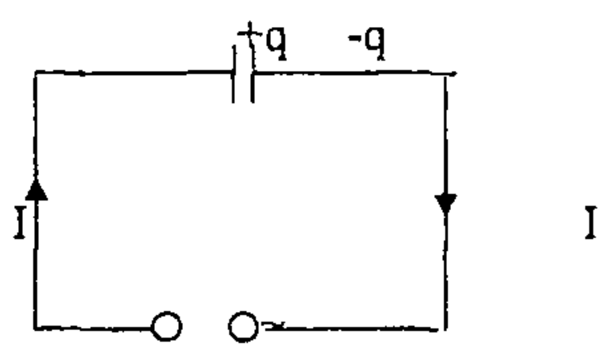
$$\oint \vec{E}_B d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int \vec{B} d\vec{S} \quad (4) \text{ жазамыз.}$$

Егер бет пен контур қозғалмайтын болса, дифференциалдау мен интегралдау операцияларының орнын ауыстыруға болады.

$$\oint \vec{E}_B d\vec{l} = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \quad (5)$$

Электрстатикалық өріс кернеулігі $\vec{E}_ч$ мен құйынды электр өрісі кернеулігі $\vec{E}_B$ арасында принципті айырмашылық бар. $\vec{E}_B$ векторының циркуляциясы $\vec{E}_ч$ векторының циркуляциясымен салыстырғанда 0-ге тең болмайды. Сондықтан, $\vec{E}_B$ магнит өрісі қоздырған электр өрісінің кернеулігі магнит өрісі сияқты құйынды өріс болып есептеледі.

Ығысу тогы. Конденсаторы бар айнымалы ток тізбегін қарастырайық. зарядталған және зарядсыздандырылған конденсатор пластиналар арасындағы айнымалы электр өрісі пайда болады. Бұндай жағдайда Максвелл теориясы бойынша конденсатор арқылы ығысу токтары ағып өтеді. Өзгеріп тұратын электр өрісі мен ол тудыратын магнит өрісінің арасындағы сан жағынан байланысын табайық. Максвелл теориясы бойынша конденсаторда айнымалы электр өрісі уақыттың әрбір кезінде сондай магнит өрісін тудырады, конденсатор пластиналары арасында өткізгіштік тогы бар сияқты.



1-сурет

Бұндай жағдайда өткізгіштік I тогы мен ығысу тогы $I_{см}$ бір-біріне тең болғандай, яғни $I = I_{см}$.

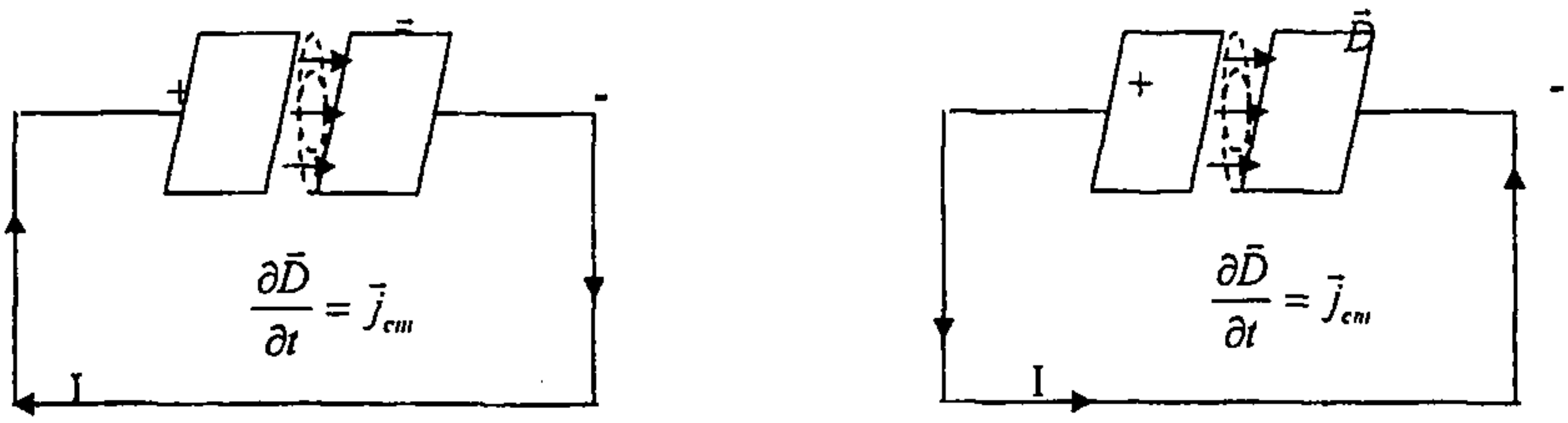
Конденсатордың пластиналарының қасындағы ток

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}\int \sigma dS = \int_S \frac{\partial S}{\partial t} dS = \int \frac{\partial D}{\partial t} dS \quad (6)$$

$$I = \int \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S} \quad (7)$$

$$I = I_{см} = \int \vec{j}_{см} dS \qquad \text{бұдан} \qquad \vec{j}_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (8)$$

(8) теңдікті Максвелл ығысу тогы деп атады. Өткізгіштік тогының тығыздығы $\vec{j}$ мен $j_{см}$ ығысу тогының бағыттарын қарастырайық.



а) Зарядтау кезінде б) Зарядсыздандыру кезінде

2-сурет

Конденсаторды өткізгіш арқылы зарядтаған кезде, ток оң пластинадан теріс пластинаға қарай ағады, конденсатордағы өріс уақыт артқан сайын өседі, сондықтан $\frac{d\bar{D}}{dt} > 0$, яғни $\frac{d\bar{D}}{dt}$ векторы $\bar{D}$ векторымен бағыттас болады. $\frac{d\bar{D}}{dt}$ векторы мен $\bar{j}$ векторы бағыттас болады.

Конденсаторды өткізгіш арқылы зарядсыздандырған кезде ток сол пластинадан оң пластинаға қарай ағады, ал конденсатордағы өріс азаяды, $\bar{D}$ векторының мәні азаяды, сондықтан $\frac{d\bar{D}}{dt} < 0$, яғни $\frac{d\bar{D}}{dt}$ векторы мен $\bar{j}$ векторы қарама-қарсы бағыттас болады. Өткізгіштік тогына тән қасиеттердің ішінен Максвелл ығысу тогына қоршаған ортада магнит өрісін тудыра алатын қабілетін ғана таңды.

Ығысу тогы дегеніміз уақыт аралығында өзгеріп тұратын электр өрісімен байланысты шама. Максвелл толық ток деген түсінікті ендіреді.

$$\bar{j}_{тол} = \bar{j} + \frac{\partial\bar{D}}{\partial t} \tag{9}$$

Айнымалы ток тізбегіндегі толық ток тұйық болады, ал өткізгіш тогы өткізгіштердің ұштарында үзіледі, ал диэлектрикте (вакуумда) өткізгіштің ұштарында өткізгіш токтарын тұйықтайтын ығысу тогы болады.

$$\oint \bar{H}d\bar{l} = \int(\bar{j} + \bar{j}_{cm})d\bar{S} = \iint\left(\bar{j} + \frac{\partial\bar{D}}{\partial t}\right)d\bar{S}$$

Электрмагниттік өріс үшін Максвелл теңдеуі. Максвелл теориясының негізінде жоғарыда қарастырылған (4) теңдеу жатады:

1. электр өрісі потенциалды болуы мүмкін (E_q), тағы да құйын түрінде болуы мүмкін $\bar{E}_B$, осы себептен өрістер қосындысы $\bar{E} = \bar{E}_q + \bar{E}_B$

$$\oint \bar{E}_B d\bar{l} = -\int\frac{\partial\bar{B}}{\partial t}dS \tag{10}$$

$$\oint \bar{E}\, d\bar{l} = -\int\frac{\partial\bar{B}}{\partial t}dS \tag{11}$$

2. $\bar{H}$-векторының циркуляция жөніндегі жалпыланған теоремасы

$$\oint \bar{H}d\bar{l} = \iint_S\left(\bar{j} + \frac{\partial\bar{D}}{\partial t}\right)dS \tag{12}$$

3. $\bar{D}$-векторының өрісі үшін Гаусс теоремасы

$$\oint \bar{D}d\bar{S} = \sum_{i=1}^{n} q_i \tag{13}$$

Егер заряд тұйық бет ішінде ρ тығыздықпен орналасса, онда (13) былай жазамыз:

$$\oint \bar{D}d\bar{S} = \int_V \rho dV \tag{14}$$

4. $\bar{B}$-өрісі үшін Гаусс теоремасы. $\oint \bar{B}d\bar{S} = 0$ (магниттік зарядтың жоқ екенін көрсетеді). Сонымен интеграл түріндегі Максвелл теңдеулерінің толық жүйесі төмендегідей:

$$\oint \vec{E}d\vec{l} = -\int\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}d\vec{S}\,; \qquad \oint\vec{D}d\vec{S} = \int\limits_{V}\rho dV$$

$$\oint\vec{H}d\vec{l} = \int(\vec{j}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t})d\vec{S}\,; \qquad \oint\vec{B}d\vec{S} = 0 \qquad (15)$$

(15) теңдеулердегі шамалар арасындағы байланыстар:

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}, \quad \vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}\,; \quad \vec{j} = \gamma\vec{E}$$

Максвелл теңдеулерінен электр өрісінің негізі не электр зарядтары, не уақыт аралығында өзгеретін магнит өрістері екені шығады, ал магнит өрістерін қоздыратын немесе айнымалы электр өрістері болады.

Максвелл теңдеулері электр және магнит өрістеріне жазылғанда симметриялы түрде емес. Мұның себебі, табиғатта электр зарядтары бар да, ал магнит зарядтары жоқ.

Тұрақты өрістер үшін (E=const, B=const) Максвелл теңдеулері былай жазылады:

$$\oint\vec{E}d\vec{l} = 0\,; \quad \oint \vec{D}d\vec{S} = q\,; \quad \oint\vec{H}d\vec{l} = I\,; \quad \oint\vec{B}d\vec{S} = 0\,,$$

яғни берілген жағдайда электр өрісінің көздері электр зарядтары болады да, ал магнит өрісінің көздері тек қана өткізгіштік тогы болып есептелінеді. Сонымен Максвелл теңдеулерінің интеграл түріндегі толық жүйесі:

$$\oint \vec{E}d\vec{l} = -\int\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}d\vec{S}\,; \qquad \oint\vec{D}d\vec{S} = \int\limits_{V}\rho dV$$

$$\oint\vec{H}d\vec{l} = \int(\vec{j}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t})d\vec{S}\,; \qquad \oint\vec{B}d\vec{S} = 0$$

Максвелл теңдеуіне енетін шамалар тәуелсіз емес, олардың арасында төмендегідей байланыс бар:

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}, \quad \vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}\,; \quad \vec{j} = \gamma\vec{E}$$

Векторлық анализдегі Стокс пен Гаусс теоремаларын $\oint\vec{A}d\vec{l} = \int\limits_{S} rot\vec{A}dS$ және $\oint\vec{A}d\vec{S} = \int\limits_{V} div\vec{A}dV$ пайдаланып Максвеллдің дифференциал түріндегі толық жүйесін келтіруге болады.

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}, div\vec{D} = \rho$$
$$rot\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}, div\vec{B} = 0 \qquad (16)$$

Егер кеңістікте зарядтар мен токтар үздіксіз орналасса, онда Максвелл теңдеулерінің екі түрі де –интегралды және дифференциалды түрлері эквивалентті болады. Дифференциалдық форманы шекаралық шарттар толықтырады:

$$D_{1n} = D_{2n}, \ E_{1\tau} = E_{2\tau}, \ B_{1n} = B_{2n}, \ H_{1\tau} = H_{2\tau}$$

Сұрақтар:
1. Магнит өрісінің энергиясы қандай физикалық шамаларға тәуелді болады?
2. Құйынды электр өрісі дегеніміз қандай өріс?
3. Өзара индукция дегеніміз қандай құбылыс?
4. Ығысу тогы не себептен пайда болады?

Кешенді түрдегі монохроматтық өріске арналған Максвелл теңдеулер жүйесі

Кейбір электрдинамиканың есептерін жеңілдету үшін, Максвеллдің теңдеулер жүйесіне $j^{м}_{cm}$ шеткі магфниттік тоқтар мен $\rho^{м}_{cm}$ зарядтарын кіргізеді. Барлығымызға белгілі магниттік зарядтар тәжірибенің нәтижесінде әлі де толық зерттелмеген және де физикалық тұрғыдан қарағанда олар фиктивті түрінде болады. Бірақ олардың бар екенін теория жүзінде төмендегідей себептерден көруге болады: қума электрлік тоқтар, тұрақты және айнымалы, және де тұрақты магниттерді эквиваленттік сызықты магниттік тоқтармен, магниттік зарядтармен ауыстыруға болады.

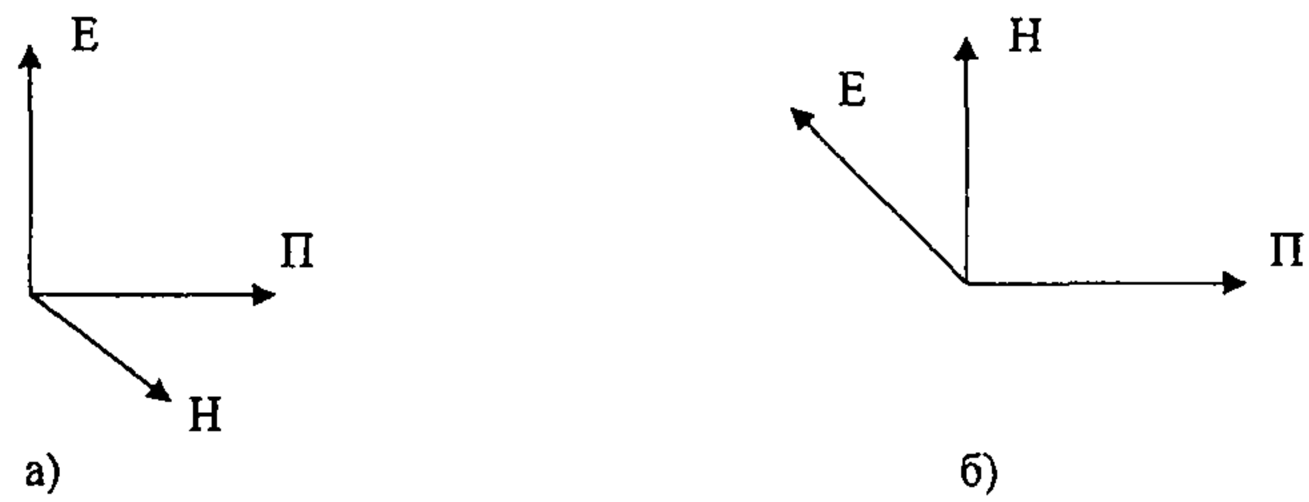
Максвелл теңдеулері көрсету нәтижесі бойынша қос симметриялы болады; оларды кешендік түрінде жазайық:

$$\left.\begin{aligned} rot\dot{H} &= i\omega\tilde{\varepsilon}_a\dot{E} + \dot{J}_{cm} \\ rot\dot{E} &= -i\omega\tilde{\mu}_a\dot{H} - \dot{J}^{м}_{cm} \\ \tilde{\varepsilon}_a div\dot{E} &= \rho_{cm} \\ \tilde{\mu}_a div\dot{H} &= \dot{\rho}^{м}_{cm} \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

б) (1)-ші өрнек бойынша әрбір теңдеуді электрлік түрінен-магниттік, ал магниттік түрінен-электрлік түріне Максвелл теңдеулер жүйесін өзгертпей ауыстыруға болады; теңдеуде тек олардың орны ғана ауысады.

Барлық жерінде Е және Н векторларын ауыстырамыз.

$\overline{\Pi} = \dot{E} \times \dot{H}$ Пойтинг векторымен анықталатын электрмагниттік энергия ағынының бағыты өзгермеуін қадағалаймыз.



1.1.-сурет

1.1. суретінде көрсетілгендей, $\dot{H}$-ты $\dot{E}$-ге ауыстыру керек. Сондықтан да (1)-ші өрнек бойынша бірінші теңдеу біріншіге ауысады, егер осылай $\tilde{\mu}_a$-ны $\tilde{\varepsilon}_a$-ға және $j^{м}_{cm}$-ны $\dot{j}_{cm}$-ға өзгертсек.

Зарядтарға байланысты қарапайым ережелер үшінші және төртінші теңдеуден (1)-ші өрнек бойынша шығады. Барлығын біріктіріп келесіні аламыз:

$$\begin{gathered} \dot{E} \to H; \quad \dot{J} \to \dot{J}^{м}; \quad \dot{\rho} \to \dot{\rho}^{м}; \quad \tilde{\varepsilon}_a \leftrightarrow \tilde{\mu}_a \\ \dot{H} \to -\dot{E}; \ \dot{J}^{м} \to -\dot{J}; \ \dot{\rho}^{м} \to -\dot{\rho}; \ Z_B \to 1/Z_B \end{gathered} \quad (2)$$

Сонымен қосарланудың ауыспалы негізіндегі Максвелл теңдеуі, олардың инварианттылығынан (2)-ші жүйеге ауысуында болып табылады. Осыдан келіп, j_{cm} электрлік токтар мен магниттік токтардан пайда болатын электрмагниттік өрістер кешенді болады.

Әріптемелік әдісті пайдалана отырып, монохроматтық өріске берілген Максвелл теңдеулерін жазамыз.

$$\left.\begin{aligned} rot\dot{H} &= i\omega\dot{D} + \dot{J} + \dot{J}_{cm} \\ rot\dot{E} &= -i\omega\dot{B} \\ div\dot{D} &= \dot{\rho} + \dot{\rho}_{cm} \\ div\dot{B} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

(3)-ші өрнек бойынша бірінші және үшінші теңдеудің нәтижесінде өткізгіштік токтардың үзіліссіз теңдеуімен, шеткі токтармен, сәйкес заттарды аламыз.

$$\begin{aligned} div\dot{J} &= -i\omega\dot{\rho} \\ div\dot{J}_{cm} &= -i\omega\rho_{cm} \end{aligned} \quad (4)$$

Келесі түрлендіргіштер параметрлері тұрақты біркелкі ортаға бағынышты болады; сондықтанда оларды кеңістіктік дифференциялау таңбасымен алады. Ол теңдеуді төмендегідей көрсетуге болады:

$$\left.\begin{aligned} rot\dot{H} &= i\omega\tilde{\varepsilon}_a\dot{E} + \dot{J} \\ rot\dot{E} &= -i\omega\tilde{\mu}_a\dot{H} \\ \tilde{\varepsilon}_a div\dot{E} &= \dot{\rho}_{cm} \\ div\dot{H} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Шеткі токтар жоқ болғандағы аудан үшін [$J_{cm} = 0, \dot{\rho}_{cm} = 0$], Максвелл теңдеулер жүйесі келесі түрде болады:

$$\begin{aligned} rot\dot{H} &= i\omega\tilde{\varepsilon}_a\dot{E} \\ rot\dot{E} &= -i\omega\tilde{\mu}_a\dot{H} \end{aligned} \quad (6)$$

Div rot A=0 болған жағдайда (6)-шы теңдеуден, келесі түрде болатын теңдеуді аламыз:

$$\begin{aligned} div\dot{E} &= 0 \\ div\dot{H} &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Сонымен қатар $\rho = 0$ болғанда, біркелкі сызықты ортада шеткі токтар жоқ кезде кеңістіктік зарядтар пайда болмайды.

Шекаралық шарттар -әр түрлі электрлік қасиеттері бар орталардың бөліну шекарасындағы өріс бағынатын шарттарды айтамыз.

3.1. Өткізгіштік дене және дэлектрик шекарасындағы шарттар өткізгіштік дене мен диэлектрик арасында өткізгіштік дене ток болмаған кезде 2 шарт орындалады:

а) Тангенциалдық құраушысы жоқ. (электр өрісінің кернеулігі).

$$E_t=0$$

б) Диэлектриктің кез-келген нүктесінде электрлік ығысу векторы осы нүктедегі өткізгіштік дене бетіндегі заряд тығыздығыан тең.

$$D=\delta$$

δ- заряд тығыздығы.

2. Екі диэлектриктің орталарындағы шарттар. Әр түрлі диэлектрик өтімділіктері бар 2 диэлектриктің бөліну шекарасында келесі 2 шарт орындалады:

а) Өріс кернеулігінің тангенциалдық құраушылары тең.

$$E_{1t}=E_{2t}$$

б) Электрлік индукция қалыпты құраушылары тең.

$$D_{1n}=D_{2n}$$

Умов-Пойтинг теоремасы-өрістегі энергетикалық қатынастарды сипаттайды.

1. Лездік мәндер үшін.
2. Комплекстік-яғни синусоидалы өзгеретін шамалар үшін.

Умов-Пойтинг теоремасының формуласы:

$$\vec{\Pi}=\left[\vec{E}\cdot\vec{H}\right]$$

$$[\Pi]=BA/м^2 \qquad (8)$$

Сонымен Умов-Пойтинг векторы қуаттың өлшеміне (немесе бірлік уақытындағы энергияның өлшеміне сәйкес келеді). Ол бірлік бетке қатысты және де бағыттың оң бұранда бағытына сәйкес келеді. Яғни біз Е векторынан Н векторына қарай бағыттаймыз. Сонда Умов-Пойтинг векторы шығады.

Бұл өрнектің сол жақ бөлігі әйтеуір бір В көлемін шектейтін кез-келген тұйық бет арқылы өтетін Пойтинг векторының ағынын көрсетеді.

$j\bar{E}$-бірлік уақыт ішіндегі және бірлік көлемінде жылу түрінде бөлініп шығатын энергия.

$\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_v\left(\frac{ZE^2}{2}+\frac{\mu_a H^2}{2}\right)dv$ бірлік көлемдегі электромагниттік энергия қорының өзгеру жылдамдығы.

Сонымен Умов-Пойтинг векторының ағынын қуат ретінде, жылулық ретінде, яғни электромагниттік энергияны көбейтетін өсімше ретінде қарастыруға болады. Сондай-ақ Умов-Пойтинг теоремасын энергетикалық бөлігі бірлік уақыт ішіндегі қуат немесе әйтеуір бір көлем ішіне Пойтинг векторы түрінде тасымалданатын энергия болып табылады. Ал оң жақ бөлігі бірлік уақыт ішінде көлем ішінде шығындалатын энергия. Егер өріс уақыт бойынша өзгермейтін болса, онда

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\varepsilon_a E^2}{2}+\frac{\mu_a H^2}{2}\right)=0 \qquad (10)$$

Электрмагниттік энергия оның пайда болған орнынан бастап тұтынылатын орынға дейін диэлектрик бойымен таратылады.

Тарату жолындағы сымдар 2 жақты роль атқарады: ток өтетін канал және диэлектриктегі өріс құрылымын құраушылар.

Диэлектриктегі магнит өрісінің кернеулігі толық ток заңына сәйкес мынаған тең:

$$H=\frac{I}{2\Pi n} \tag{11}$$

Ал диэлектриктегі электр өрісінің кернеулігі:

$$E=\frac{Q}{2\Pi\varepsilon_a rl}=\frac{U}{r\ln\frac{r_2}{r_1}} \tag{12}$$

U-сымның толық заряды немесе сыммен оның қабығы арасындағы кернеу. Осыдан r қашықтықта орналасқан әйтеуір бір нүктедегі Пойтинг векторы.

$$\Pi=E\cdot H=\frac{UI}{2\Pi r^2\ln\frac{r_2}{r_1}} \tag{13}$$

E және H векторлары бір-біріне $\perp$ болғандықтан r_1 және r_2 радиусы сақина арқылы өтетін Умов-Пойтинг векторы.

$$\int\bar{\Pi}d\bar{S}=\int_{r_1}^{r_2}\Pi 2\Pi r\cdot dr=2\Pi\frac{UI}{2\Pi\ln\frac{r_2}{r_1}}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r}=UI \tag{14}$$

Қабылдағышқа келіп түсетін барлық энергия диэлектрик бойымен таратылады. Ал сым және қабықша бойымен қабылданған энергия таратылмайды.

Комплекстік түрдегі Умов-Пойтинг теоремасы.

$$\bar{S}=\dot{U}I=\rho+jQ \tag{15}$$

$$-\int\bar{\Pi}d\bar{S}=\int_V jE^2dV+j^{2\omega}\int\left(\frac{\mu_a H}{2}-\frac{\varepsilon_a E^2}{2}\right)dV \tag{16}$$

Бұл теңдеу бойынша оң жақ бөлігінің 1-ші мүшесі активті қуатты, ал 2-ші мүшесі реактивті қуатты өрнек дейді.

$$-\int\bar{\Pi}d\bar{S}=\rho+jQ \tag{17}$$

Яғни бұл түрдегі Умов-Пойтинг теоремасын активті және ішкі реактивті кедергілерді (айнымалы тоқтағы өткізгіштерді) анықтаумен қолданылады.

Сұрақтар:

1. Монохроматтық өрістің теңдеулер жүйесі.
2. Умов-Пойтинг теоремасы.
3. Комплексті түрдегі Максвелл теңдеуі.

Максвеллдің біртексіз теңдеулері. Қарапайым шығарғыштар

Есептің қойылуы. Тәжірибеде, мысалы, антенналардың есептеулерінде, кеңістіктің барлық нүктелерінде $\overline{E}$ және $\overline{H}$ векторларының шет жақтық ток көздерімен байланысын табу керек. Максвеллдің біртекті емес теңдеулері:

$$rot\dot{\overline{H}} - j\omega\tilde{\varepsilon}_0\overline{E} = \dot{I}_{cT}$$

$$rot\dot{\overline{E}} + j\omega\mu_0\dot{\overline{H}} = 0$$

$$div\dot{\overline{B}} = 0; \; div\dot{\overline{D}} = 0;$$

$\overline{A}$, векторлық электрлік потенциал түсінігін енгізейік

$$\dot{\overline{B}} = rot\dot{\overline{A}}$$

φ, скалярлық электрлік потенциал

$$j\omega\dot{\overline{A}} + \dot{\overline{E}} = -grad\dot{\varphi}$$

Сонымен, электр және магнит өрістерінің кернеуліктері векторлық және скалярлық электрлік потенциалдар өрнектерімен байланысты.

$$\dot{\overline{E}} = -grad\dot{\varphi} - j\omega\dot{\overline{A}}$$

$$\dot{\overline{H}} = \frac{1}{\mu_0} rot\dot{\overline{A}}$$

Қарапайым электрлік шығарғыш. Сыртқы көздері бар аймақтан айнымалы электрмагниттік өрісті толқындық тарату процесін «сәуле тарату» деп аталады.

Практикада электрмагниттік толқындардың сәуле таратумен байланысты екі қарама-қарсы есептерді шешуге тура келеді. Бұл шексіз кішкентай қиманың түзу сызық кесіндісінің бойымен айнымалы электрлік ток ағып өтетін, идеалды шығарушы жүйе. Кесіндінің ұзындығы

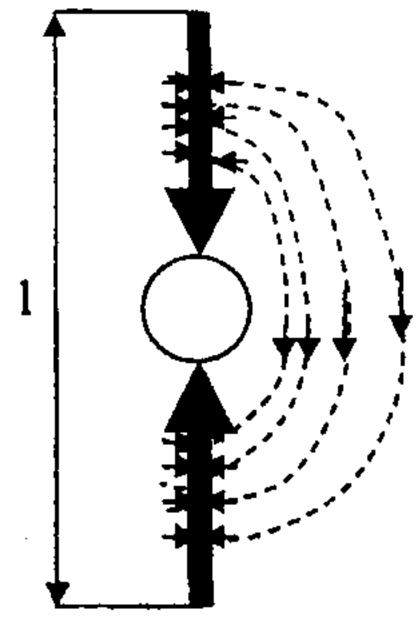
$$l \prec\prec \lambda,$$

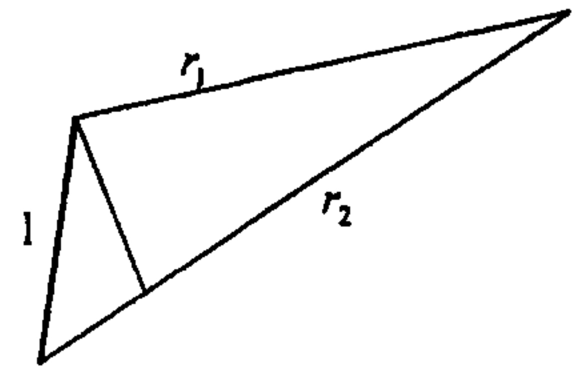
мұндағы λ- айналадағы ортаға толқын кесіндісін сәуле шығаратын ұзындығы.

Егер Р нүктесі $r_1 \succ\succ l$ арақашықтығында жатса, онда l кесіндісін толқынның нүктелік көзі деп есептеуге болады. Егер қарапайым шығарғышты сфералық координат жүйесінің басында орналастырсақ онда $\overline{A}_э$ векторларының проекциялары:

$$\dot{A}_{эr} = A_э \cos\theta = \frac{\mu_0 \dot{I} l}{4\pi r} \cos\theta\ell^{-j\beta r}$$

$$\dot{A}_{э\theta} = A_э \sin\theta = -\frac{\mu_0 \dot{I} l}{4\pi r} \sin\theta\ell^{-j\beta r}$$





$\dot{A}_{эr} = 0.$

$\dot{\bar{H}}$ векторларының проекциялары:

$\dot{H}_r = \dot{H}_\theta = 0;$

$$\dot{H}_\varphi = \frac{\dot{I}l}{4\pi r^2}(1 + j\beta r)\sin\theta \ell^{-j\beta r}$$

Алыс зона үшін $\beta r \succ\succ 1$ сонда осы теңдікті келесі түрде алуға болады

$$\dot{H}_\varphi = \frac{j\dot{I}l\beta}{4\pi r}\sin\theta \ell^{-j\beta r}$$

$\dot{\bar{E}}$ векторларының проекциялары:

$$\dot{E}_r = \frac{j\dot{I}l\beta}{2\pi\omega\varepsilon_0 r^2}\cos\theta \ell^{-j\beta r}$$

$$\dot{E}_\theta = \frac{j\dot{I}l\beta^2}{2\pi\omega\varepsilon_0 r}\sin\theta \ell^{-j\beta r}$$

Алыс зонада $\dot{E}_r \to 0$, қалатыны

$$\dot{E}_\theta = \frac{j\dot{I}l\beta}{2\pi r} z_0 \sin\theta \ell^{-j\beta r}$$

мұндағы $z_0 = 377 ом$.

Қорытындылар:

1. Қарапайым шығарғышпен сәуле шығаратын өріс біртекті емес сфералық толқын ретінде келтірілген, өйткені өріс векторларының амплетудалары θ бұрышқа тәуелді;
2. Кеңістіктің әрбір нүктесінде $\dot{E}_\theta / \dot{H}_\varphi = z_0$;
3. Алыс зонада Пойнтинг векторы $\bar{i}_r$ вектор бойымен бағытталған.

Шығарғыштың қуаты $P_\Sigma = \dfrac{I_m^2 \beta^2 Z_0}{12\pi} = \dfrac{I_m^2 R_\Sigma}{2}$

мұндағы $R_\Sigma = \dfrac{Z_0(\beta l)^2}{6\pi} = 20(\beta l)^2 = 80\pi^2\left(\dfrac{l}{\pi}\right), Ом$ сәуле шығарудың кедергісі.

$\theta = \pi/2$ болғанда Пойнтинг векторының ең үлкен мөлшері:

$$\prod_{ср.max} = \frac{I_m^2 \beta^2 l^2 Z_0}{32\pi^2 r^2}$$

Қуат барлық бағытта бірыңғай сәуле шығарады $\prod_{ср.max} = \frac{P_\Sigma}{4\pi r^2} = \frac{I_m^2 \beta^2 l^2 Z_0}{48\pi^2 r^2}$

Антеннаның бағытталған әрекет кэффициенті $D = \prod_{ср.max} / \prod_{ср.рывн} = 1,5$

Егер қарапайым шығарғыш қабылдау режимінде $\bar{E}$ кернеулігі бар жазықтық толқынымен сәулеленсе, онда оның ішінде

$$\dot{U} = \dot{E} \cdot l$$

Амплетудасымен айнымалы кернеу пайда болады.

Сонымен қатар жүктемедегі ток келесі түрде анықталады:

$$\dot{I} = \dot{U} / (2R_\Sigma)$$

Ал жүктемедегі бөлінетін қуат

$$P_{max} = \frac{E_m^2 \lambda^2}{640\pi^2}$$

Қарапайым саңылаулық шығарғыш. L саңылаудың ұзындығы λ толқынның ұзындығынан әлдеқайда аз болуы керек, саңылаудың ені өзінің ұзындығынан әлдеқайда кіші болуы кеек. Қарапайымды электрлік шығарғышпен ұқсастығын пайдаланып, саңылаулық шығарғыш үшін жазайық:

$$\dot{E}_\varphi = -\frac{j\dot{U}_ш l\beta}{2\pi\, r} \sin\theta e^{-j\beta r}$$

$$\dot{H}_\theta = \frac{j\dot{U}_ш l\beta}{2\pi Z_0 r} \sin\theta e^{-j\beta r}$$

Мұндағы $\dot{U}ш$ - саңылаудағы кернеудің комплекстік амплетудасы;

l- саңылаудың ұзындығы; θ- саңылаудың бағытымен сәйкес келетін осі мен санылаудан бақылау нүктесіне дейін бағытталған r радиусының арасындағы бұрыш.

1А ток кезінде саңылаулық шығарғыш электрлік сияқты сонша қуат шығару үшін, саңылауда 188В кернеу болуы керек. Осындай кернеуді қамтамассыз ету өте қиын, сондықтан да саңылаулық шығарғыштар әлдеқайда әлсіз болады.

Сұрақтар: 1. Максвеллдің біртексіз теңдеулері.
2. Қарапайым шығарғыштар.
3. Алыс зонада Пойнтинг векторының бағыты.

Жазық электрмагниттік толқындар және оның сиппаттамалары

Кеңістіктің декарттық жүйе координатасының (x,y,z) әр нүктесін ϑ шамамен анықталсын деп еспетейік және ол келесі теңдікпен өрнектелсін

$$\vartheta(z,t) = V_m \cos(\omega t - \beta z) \qquad (1)$$

Бастапқы уақыт кезіндегі $\vartheta(z,t)$ процессіндегі «лездік фото» әдісін қарастырайық (б- сурет). Берілген теңдік $\vartheta(z,0) = V_m \cos(\beta z)$ гармоникалық функциясы арқылы өрнектеледі.

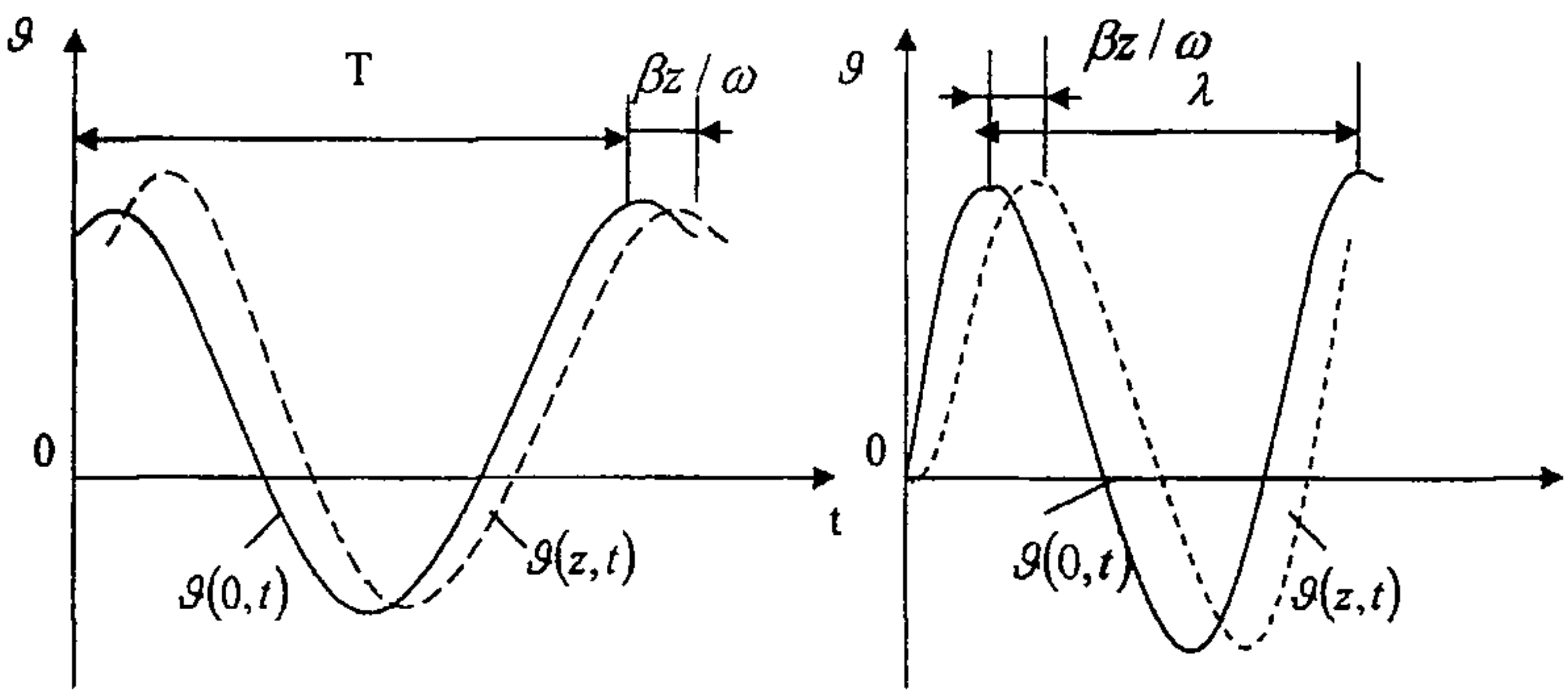
β пармері «кеңістектік жилік » процесінде негізгі орын алады және жазық толқынның фазалық коэффициенті деп аталады. β шамасының өлшемі рад/м немесе, қысқаша, $м^{-1}$.

$\vartheta(z,0)$ функциясы периодты; оның периодың λ толқын ұзындығы деп атайды.

β және λ шамаларының арасында келесі түрдегі байланыс бар:

$$\beta = 2\pi / \lambda$$

$t \geq 0$ кездегі $\vartheta(z,t)$функциясының графигін көрсету үшін, (1) теңдікті келесі түрде жазуға болады $\vartheta(z,t) = V_m \cos(\beta z - \omega t)$. t шамасының өсуімен фазалық



жылжуының өсуін байқауға болады, яғни z координатының өсу жағына қарай (1-сурет).

Z осіне перпедикульяр шексіз таралып жатқан жазықтықты келтіретін тең фазалық жазықтық немесе толқындық фронт деп атаймыз; осы жазықтықтың Z координаты кез-келген t уақытысында төменгі теңдікті қанағаттандырады

$$\omega t - \beta z = const \qquad (3)$$

Берілген толқындық жазықтықтың толқындық форнты z осі бойымен тасымалданады және фазалық жылдамдық деп аталады.

$$\vartheta_{ф} = \frac{dz}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\omega t - const}{\beta}\right) = \frac{\omega}{\beta} \qquad (4)$$

(4) теңдікті келесі формула бойынша басқаша келтіруге болады:

$$\vartheta_{\phi} = \lambda f, \quad (5)$$

бұндағы $f = \omega/(2\pi)$ - жилік процессі, өлшем бірлігі герц.

Толқынның сипаттамасы үшін толқындық сан деген шаманы енгіземіз:

$$\kappa = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\vartheta T} = \frac{\omega}{\vartheta}$$

Сонымен, үш параметрдің ϑ_{ϕ}, ω, β екеуін ғана өзбетімізбен таңдай аламыз, ал үшінші параметрі (4) теңдікке бағынады. Біртекті жазық толқынның математикалық моделін келесі түрде қарастырамыз

$$\vartheta(z,t) = V_m \cos(\omega t + \beta z). \qquad (6)$$

Материалдық ортадағы толқындардың өшуі.

Материалдық орталарда жылулық шығынның есебінен толқынның амплитудасы өшеді және де ол келесі теңдікпен өрнектеледі

$$V_m(z) = V_{m0} e^{\alpha z}$$

мұндағы α - ортаның ішіндегі толқынның әлсіреу коэффициенті.

Техникалық есептеулерде өшу бойын пайдаланады.

$$\Delta = 10\lg(V_{m0}/V_{mz}) = 20\lg(\ell^{\alpha}) = 8.686 \cdot \alpha$$

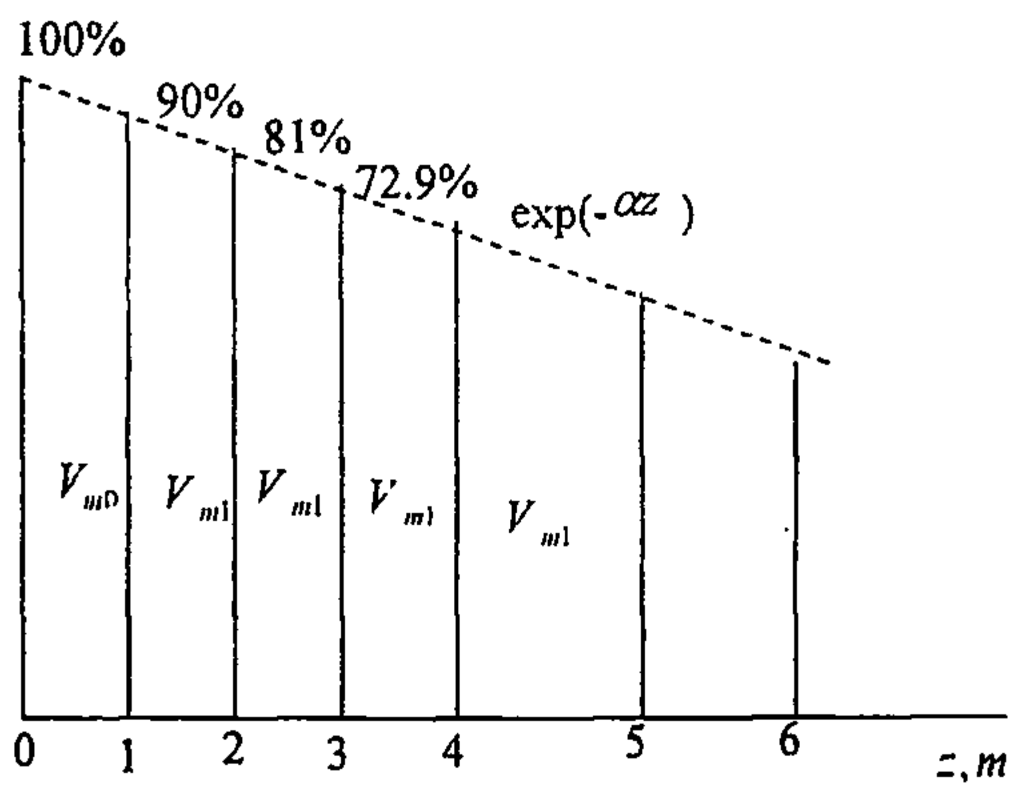
Сондықтан , материалдық ортадағы жазық толқынның теңдеуі

$$\vartheta(z,t) = V_{m0}\ell^{-\alpha z}\cos(\omega t - \beta z)$$

Алдында айтылғандардың бәрлығын осы жағдай үшін қолданамыз, бірақ толқындық фронттың теңдеуінен фазалық жылдамдықты табу үшін келесі формуланы қарастырамыз:

$$\vartheta_{\phi} = \frac{dz}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{const - \omega t}{\beta}\right) = -\frac{\omega}{\beta}. \qquad (7)$$

(4) және (7) теңдікті салыстыра отырып, (6) теңдікпен өрнектелінетін жазық толқын солға қарай, яғни z координатасының кемуіне қарай таратынын байқаймыз.



Жоғалтуы бар ортада таралған жазық толқынның амплитудасының кемуі. 2-сурет

Кез-келген реалды ортада толқындық процестың амплитудасы тоқының таралу шамасына байланысты кемиды, мысалы жылулық жоғалту салдарынан. Амплитуданың әлсіреу заңдылығын келесі түрде табуға болады. Z=0 бастапқы жазықтықта амплитуданың бастапқы мәні V_{m0} 100 % деп қабылдаймыз (2- сурет).

Бір метр жолда толқын амплитудасы 10% кеміді деп көрейік, яғни $V_{m1} = 0.9V_{m0} = 90\%$.

$V_{m2} = 0.9V_{m1} = 81\%$, $V_{m3} = 0.9V_{m2} = 72.9\%$ екендігін байқауға болады. Жалпы заңдылығы келесі түрде болады:

$$\frac{V_{m0}}{V_{m1}} = \frac{V_{m1}}{V_{m2}} = ... = \frac{V_{mN-1}}{V_{mN}} = ... \qquad (8)$$

Бұндай қасиет көрсеткіштік функцияда бар екендігін элементарлы алгебрадан белгілі. Ось бойымен таралатын амплитуданың өзгеру заңдылығының жалпы түрде жазуға болады:

$$V_m(z) = V_{m0}e^{-\alpha z} \quad , \qquad (9)$$

бұндағы α-ортадағы жазық толқынның әлсіреу коэффициенті.

Фазалық коэффициент және әлсіреу коэффициенті бірлік комплексті шамаға бірігеді және таралу коэффициенті деп аталып келесі теңдік бойынша анықталады:

$$\gamma = \alpha + j\beta , \qquad (10)$$

Бұл теңдіктің өріс комплексінің амплитудасы z координатасының өсу жағына қарай таралады, келесі теңдікпен сипаталады:

$$\dot{V}_{(+)}(z) = V_{m0}e^{\gamma z} \qquad (11)$$

Соған сәйкес толқынның комплексті амплитудасының z координатасының кему жағына таралуы келесі теңдікпен анықталады:

$$\dot{V}_{(-)}(z) = V_{m0}e^{-\gamma z}$$

Кей жағдайларда жоғалтулар жоқ кезде және өріс амплитудасы z бойымен тұрақты болған жағдайда, таралу коэффициенті $\gamma = j\beta$ таза жалған болады. Басқада жағдайлар болуы мүмкін, таралу коэффициенті $\gamma = \alpha$ таза шын мәнге ие болса.

Айнымалы электрмагнит өрісінің толқындық сипаты.

Материалдық ортада $\tilde{\varepsilon}_a, \mu_a$ параметрлерімен бос зарядтар болмай-ақ қойсын, яғни $\rho = 0$. Берілген ортада $\dot{\bar{E}}$ және $\dot{\bar{H}}$ комплекстік амплитудаларыменб Максвелл теңдеулерін қанағаттандыратын электрмагнит толқыны тарайды:

$$\begin{aligned} &1.\ rot\dot{\bar{H}} = j\omega\tilde{\varepsilon}_a\dot{\bar{E}}\ ; \\ &2.\ rot\dot{\bar{E}} = -j\omega\mu_a\dot{\bar{H}}\ ; \qquad (12) \\ &3.\ div\dot{\bar{E}} = 0\ ; \\ &4.\ div\dot{\bar{H}} = 0\ . \end{aligned}$$

(12) теңдеулер жүйесін $\dot{\bar{E}}$ бойынша шешейік. Бұл үшін 2-теңдеудің екі бөлімінe rot операциясын қолданып, 1- теңдеуден $rot\dot{\bar{H}}$ өрнегін пайдаланамыз:

$$rotrot\dot{\bar{E}} = -j\omega\mu_a rot\dot{\bar{H}} = \omega^2\tilde{\varepsilon}_a\mu_a\dot{\bar{E}}\ .$$

Математикалық есептеулерден еске алсақ

$$rotrot\dot{\bar{E}} = grad\ div\dot{\bar{E}} - \nabla^2\dot{\bar{E}} \quad .$$

$div\dot{\bar{E}} = 0$ болғандықтан, онда

$$rotrot\dot{\bar{E}} = -\nabla^2\dot{\bar{E}} \,;$$

Сонда Гельмгольцтың теңдеуі шығады

$$\nabla^2\dot{\bar{E}} + \omega^2\tilde{\varepsilon}_a\mu_a\dot{\bar{E}} = 0$$

$\gamma = -\omega^2\varepsilon_a\mu_a$ параметрін енгізейік

нәтижесінде $\nabla^2\dot{\bar{E}} - \gamma^2\dot{\bar{E}} = 0$

$\dot{\bar{H}}$ үшін де ұқсас теңдеу шығаруға болады

$$\nabla^2\dot{\bar{H}} - \gamma^2\dot{\bar{H}} = 0$$

Біртекті ортадағы жазық электірлік толқындар

Мақсаты:

-Гельмогольстің толқындық теңдігімен ; жазық электірлік толқынның қасиеттері және сипаттамаларымен танысу;

-кейбір біртекті ортада таралатын жазық электрлік толқындардың сипаттамасын және олардың электірдинамикалық ортаның параметірлерімен байланысын қарастыру.

Барлық үш нүктеде бірдей берілген электродинамикалық параметрлерді үшелшемдік кеңістікте қарастырамыз. Бос зарядтар жоқ деп есептейміз p=0.

Гармоника бойынша өзгертілген электрлік процесс Максвели теңдеуінің жүйесімен сипатталады:

$rot\dot{\bar{H}} = i\omega\tilde{\varepsilon}_a\dot{\bar{E}}$: $rot\dot{\bar{E}} = -i\omega\mu_a\dot{\bar{H}};$

$div\dot{\bar{E}} = 0$; $div\dot{\bar{H}} = 0$

Бірінші теңдіктен rot алып, 2-шіге қосамыз:

$rot\,rot\,\dot{\bar{E}} = -i\omega\mu_a\,rot\dot{\bar{H}} = \omega^2\tilde{\varepsilon}_a\mu_a\dot{\bar{E}}$

Векторлық туындыны қолдана отырып:

$rot\,rot\dot{\bar{E}} = grad\,div\dot{\bar{E}} - \nabla^2\dot{\bar{E}}$

и учитывая, что $div\dot{\bar{E}} = 0$, то $rot\,rot\dot{\bar{E}} = -\nabla^2\dot{\bar{E}}$.

$\nabla^2\dot{\bar{E}} + \omega^2\tilde{\varepsilon}_a\mu_a\dot{\bar{E}} = 0$

Бұл теңдеуді Гельмгольц теңдігі немесе толқындық теңдеу деп аталады.

$$\gamma^2 = -\omega^2\tilde{\varepsilon}_a\mu_a \qquad (13)$$

$\nabla^2\dot{\bar{E}} - \gamma^2\dot{\bar{E}} = 0$.

және (13) $\nabla^2\dot{\bar{H}} - \gamma^2\dot{\bar{H}} = 0$ өрнектері екінші тізбектің біртекті диференциялды теңдіктері болып табылады. Бұл жүйенің жалпы түрі өте күрделі. Сондықтан оны жеңілдету үшін

$\dot{E}_y = \dot{E}_z = 0; \quad \dot{E}_x \neq 0$

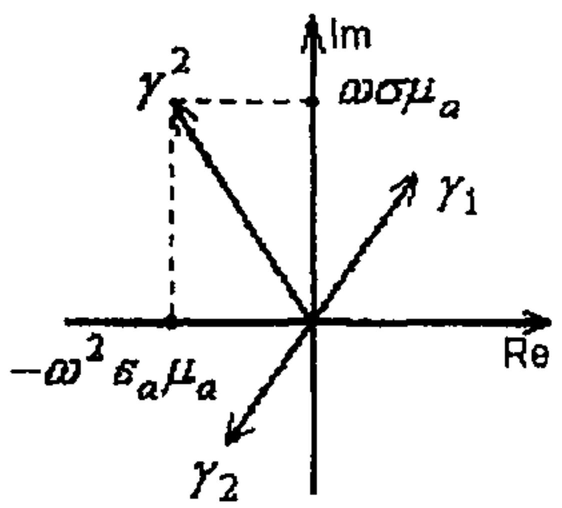
деп аламыз. Тек координатасын тәуелді яғни:

$\partial \dot{E}_x / \partial x = \partial \dot{E}_x / \partial y = 0$

Бұл жағдайда үш координатқа және қатысты үш теңдіктен екінші тізбектегі бір дефференциялды теңдік аламыз:

$$\frac{d^2 \dot{E}_x}{dz^2} - \gamma^2 \dot{E}_x = 0$$

Бұл сызықты теңдіктің жалпы шешімі келесі түрде беріледі:



$$\dot{E}_x(z) = \dot{E}_1 e^{\gamma_1 z} + \dot{E}_2 e^{\gamma_2 z}$$

Комплекісті жазықты түбірлердің орналасуы келксі түрде болады. $\gamma^2 = -\omega^2 \varepsilon_a \mu_a + i\omega\sigma\mu_a$

Келесі өрнектерде де қолданамыз, онда

$$\gamma = \sqrt{-\omega \tilde{\varepsilon}_a \mu_a} = i\omega\sqrt{\tilde{\varepsilon}_a \mu_a} = \alpha + i\beta \quad (14)$$

және $\dot{E}_x(z) = \dot{E}_1 e^{\gamma z} + \dot{E}_2 e^{-\gamma z}$ (15)

(15) өрнекте Гельмгольц теңдігі біртекті жазық толқынды корсетеді:

Жазық толқын деп-белгілі бір координат бойымен таралатын және белгілі бір укыт мезетінде сол ткоординаттарға перпендикуляр орналасқан жазықтықта өзгеріссіз қалатын толқындарды айтады.

$E(z,t) = E_m \cos(\omega t - \beta z)$

Енді бастапқы уақыт мезетіндегі процесінің өзгерісін байқап көрейік. Бұл тәуелділік гармоникалық функциямен сипатталады:

$E(z,0) = E_m \cos \beta z$

Мұндағы -фаза коеффициенті аралық жиіліктің рөлін атқарады.

Функция периодты, оның периодын толқын ұзындығы деп атайды. және шамаларының бір-бірімен байланысы:

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad (16)$$

шартын қанағаттандыратын беттер толқындық фронт (фазалар бірдей болса, фазалық фронт деп аталады, ал осі бойымен фазалық жылдамдықпен қозғалады.

$$V_\phi = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta} = \lambda f \qquad (17)$$

Кез келген реалды ортада жазық электро толқынның амплетудасы, мысалға; жылудың таралуынан

$E_m = E_{m0} e^{-\alpha z}$

Техникалық есептеулерде көбнесе ерекше логорифімдік шама-қалдық өшуді қолданылады, ол дб/м олшенеді және келесі формуламен анықталады:

$$\Delta_{noz} = 20\lg(e^{\alpha}) = 8{,}686\alpha \qquad (18)$$

Сипаттамалық кедергі туралы түсініктеме. Жазық электірлік толқындағы қуат ағынының тығыздығы туралы.

Максвельдің 2-ші теңдігін қолданамыз:

$$\dot{\bar{H}} = \frac{i}{\omega\mu_a}\begin{vmatrix} \bar{i}_x & \bar{i}_y & \bar{i}_z \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ \dot{E}_x e^{\gamma z} & o & o \end{vmatrix}$$

осыдан Н векторды табамыз

$$\dot{\bar{H}} = \frac{i}{\omega\mu_a} rot\dot{\bar{E}} = -\frac{i\gamma}{\omega\mu_a}\dot{E}_x e^{-\gamma z}\bar{i}_y$$

(3.7) өрнектен шамасын қою арқылы, магниттік өрістегі кернеудің комплексті амплитуда векторының формуласын аламыз: